AVVISO.

Siamo addoloratissimi di dover comunicare che l'Illustre ed amato nostro Presidente, Professore Giovanni Boccardi per gravi ragioni di salute deve rinunziare ad occuparsi, almeno per ora, della direzione di « Saggi » e perciò se fin adesso per forza di cose la responsabilità di tutto quanto compariva in « Saggi » ricadeva su di Lui, d'or innanzi invece risponderà solo di quegli articoli che il Suo stato di salute Gli permetterà di dare in luce.

Dalle pagine di questa Rivista, da Lui fondata e diretta e della quale Egli fu sempre magna pars, *inviamo all'Esimio Professore, coll'espressione del nostro profondo rincrescimento, l'augurio fervidissimo di rapida guarigione.*

Chiediamo poi venia ai nostri lettori se per la temporanea mancanza di sì preziosa direzione, come pure per altre cause inerenti alla guerra, i « Saggi », a somiglianza di quanto hanno dovuto fare altre Riviste scientifiche sì italiane che estere, usciranno qualche volta a numeri doppii.

PROBLÈMES DE PROBABILITÉS

NOTE DE M. JEAN BOCCARDI

I.

SUR UN PROBLÈME DE PROBABILITÉ TRAITÉ par M. E. BOREL 1)

1. — L'éminent professeur de la Sorbonne dans son ouvrage *Elément de la théorie des probabilités 2)* (pages 26 et 27) énonce le théorème suivant avec les explications et le problème qui suivent.

Théorème. — *Lorsque l'évènement dont on recherche la probabilité peut se produire de plusieurs manières différentes qui s'excluent réciproquement, la probabilité cherchée est égale à la somme des probabilités partielles correspondant à ces diverses manières.*

Dans les applications de ce théorème, il est très important de vérifier que la condition *d'exclusion réciproque* est bien verifiée. Considérons, par exemple, le problème suivant.

Problème V. *Pierre et Paul jouent à pile ou face dans les conditions suivantes: si la première partie amène face, Pierre a gagné; s'il n'en est pas ainsi on joue deux autres parties, et, si sur l'ensemble des trois parties, face est amené au moins deux fois, Pierre a aussi gagné; quelle est la probabilité qu'a Pierre de gagner?*

On pourrait raisonner comme il suit: Pierre peut gagner de deux manières différentes, soit par le gain de la première partie soit par le gain d'au moins deux parties sur trois. Or la probabilité de première hypothèse est $\frac{1}{2}$ la probabilité de la seconde est aussi $\frac{1}{2}$; donc la probabilite totale est 1, c'est-à-dire la cer-

1) M. le Docteur Bonferroni, assistant au Polytechnicum de Turin a attiré mon attention sur ce problème dont la solution donnée par Borel lui paraissait erronée. Cette Note était déjà chez l'imprimeur lorsqu'il m'a envoyé la solution que je rapporte plus loin.

2) Paris, 1909, Librairie Hermann et Fils.

titude. Cette conséquence est évidemment absurde, si l'on considère l'ensemble de trois parties de pile ou face, il est bien vrai que la probabilité d'amener face au moins deux fois est égale à $\frac{1}{2}$ car, sur 8 combinaisons possibles il y en a 4 favorables.

FFP, FPF, PFF, FFF.

Mais, parmi ces quatre combinaisons, il y en a 3 qui ne peuvent se produire que si la première partie a donné face; or dans ce cas là Pierre gagne dès cette première partie et ne joue pas les deux autres; ses chances de gain dans la seconde hypothèse sont donc exclues par les chances de gain dans la premiére. Il serait d'ailleurs aussi inexact de dire qu'il ne reste qu'une chance favorable sur 8, à savoir PFF et que par suite la probabilité de la seconde hypothèse est $\frac{1}{8}$ car la moitié des 8 cas possibles se trouvent exclus par le fait que face n'a pas été aména par la première partie. Ce qui il faut rechercher, c'est la probabilité de la seconde hypothèse (face 2 fois sur 3) lorsque la première (face à la première partie) se trouve exclue; il faut donc amener face deux fois en deux parties (la seconde et la troisième) la probabilité de cét évènement est $\frac{1}{4}$, la possibilité qu'a Pierre de gagner dans les conditions indiquées est donc

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

2. — De mon humble avis la solution de M. Borel n'est pas exacte. Il a composé ce problème (que l'on ne trouve proposé nulle part) pour éclaircir le théorème précédent, mais je pense que son désir d'insister sur le principe que les causes pouvant donner lieu à un évènement doivent s'exclure les unes les autres, l'a amené trop loin, jusqu'à perdre de vue d'autres principes de la théorie des probabilités.

En effet tout étudiant aurait résolu le problème tout simplement de la manière suivante:

Puisqu' *on peut* faire trois parties et que dans chacune on peut avoir pile ou face, tous les cas possibles et également probables sont les suivants

FFF FFP FPF FPP
PFF PFP PPF PPP

Pierre peut gagner soit en amenant face dès la 1ère partie, et il y a 4 cas en sa faveur, c'est à dire les 4 écrits dans la première ligne; soit après avoir amené pile dans la 1ère partie, en amenant face 2 fois de suite, ce qui constitue le premier cas de la deuxième ligne. Les 8 cas sont également probables, donc Pierre a 5 cas sur 8 en sa faveur, par conséquent la probabilité qu'a Pierre de gagner est $\frac{5}{8}$.

Quant à la probabilité qu'a Paul de gagner, elle est le rapport du nombre des cas qui ne sont pas favorables à Pierre au nombre total des cas possibles; donc la probabilité qu'a Paul de gagner est $\frac{3}{8}$.

La somme des deux probabilités contraires est bien égale à l'unité;

$$\frac{5}{8} + \frac{3}{8} = 1$$

Dans une autre Note 1) j'ai eu l'occasion de montrer que quelquefois dans les solutions que l'on donne on perd de vue le principe que la somme des deux probabilités contraires p et q doit être égale à l'unité.

M. Borel trouve pour la probabilité en faveur de Pierre $\frac{3}{4}$ par conséquent, d'après lui, la probabilité qu'a Paul de gagner ne serait que de $\frac{1}{4}$. Or de quelque manière que l'on s'y prenne on n'arrivera pas à démontrer directement que cette probabilité est de $\frac{1}{4}$.

3. — Mais M. Borel insiste sur le fait que les cas s'excluent réciproquement, que l'on n'en vient aux deux autres parties que si la première a donné pile, etc. et il calcule *séparément* la probabilité qu'a Pierre de gagner dans la première partie et dans les deux autres. Ce qui peut-être lui fait suivre cette voie, c'est que si Pierre a amené face dès la première fois *on ne joue plus parce que Pierre a gagné.* Mais je pense que la probabilité de gagner ne dépend pas du fait que l'on poursuive ou ne poursuive pas à

1) *Questioni di probabilità.* — Atti della R. Accademia delle Scienze, Torino, 1916.

jouer. Même dans le cas où l'on ne joue qu'une seule partie à pile ou face, le premier coup fera gagner l'un ou l'autre et l'on n'en fait pas d'autres; cependant les cas sont 2 et l'on doit y avoir égard dans le calcul des probabilités respectives.

On sait que D'Alembert se trompait dans un problème du même genre 1), parce qu'il raisonnait de la même manière, en se basant sur le fait que l'on poursuit ou ne poursuit pas à jouer.

Si l'on pouvait traiter *séparément* et *indépendamment* les parties que l'on joue, pour en *déduire une probabilité totale*, on arriverait à des conclusions absurdes.

Supposons que Pierre ait à extraire une boule d'une urne contenant 99 boules blanches et 1 noire, qu'il puisse faire 3 tirages (en remettant toujours la boule extraite) et qu'il gagne si après 3 extractions il a amené au moins une fois une boule blanche. Si l'on voulait dire que les cas s'excluent réciproquement, que Pierre ne procédera à d'autres extractions s'il a extrait une boule blanche au premier essai, etc. on en viendrait à considérer séparément et indépendamment les probabilités de tirer une boule blanche à chaque extraction, c'est-à-dire

$$\frac{99}{100} + \frac{99}{100} + \frac{99}{100} = \frac{297}{100}$$

Pierre aurait presque trois fois la certitude de gagner! La vérité est que les extractions successives ne sont pas indépendantes de la première; il s'agit pour elles de probabilités composées.

En effet pour que l'on procède à une deuxième extraction, il faut que à la première partie il se soit présenté le cas défavorable à Pierre, c'est-à-dire qu'il soit sorti l'unique boule noire contenue dans l'urne; donc il faut composer les deux probabilités, et l'on a pour la deuxième partie

$$\frac{1}{100} \times \frac{99}{100}$$

De même pour la troisième extraction il faut que le cas défavorable se soit présenté deux fois; on a donc

$$\frac{1}{100} \times \frac{1}{100} \times \frac{99}{100}$$

1) Voyez ci-après.

La probabilité totale qu'a Pierre de gagner est donc

$$\frac{99}{100} + \frac{99}{10\,000} + \frac{99}{1\,000\,000} = \frac{999\,999}{1\,000\,000}$$

nombre inférieur à l'unité. Pierre aura une probabilité très grande de gagner, il n'en aura pas la certitude.

4. — Avec ce principe de la probabilité composée on peut résoudre le problème de M. Borel de la façon suivante. La probabilité qu'a Pierre de gagner est une probabilité totale qui résulte de deux probabilités, l'une simple, l'autre composée. La première est la probabilité d'amener face à la première épreuve c'est-à-dire $\frac{1}{2}$.

La seconde se compose de la probabilité qu'il n'ait pas amené face au premier coup et qu'il amène face deux fois de suite dans les deux autres parties qui lui sont concédées. Cette dernière probabilité *prise isolément* (comme le fait M. Borel) est bien $\frac{1}{4}$ mais elle doit être multipliée par la précédente (celle de n'avoir pas amené face au 1er coup) c'est-à-dire par $\frac{1}{2}$. Nous trouvons donc pour cette seconde probabilité

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}.$$

Et la probabilité totale qu'a Pierre de gagner sera égale à

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8},$$

comme précédemment.

Si l'on voulait calculer directement la probabilité qu'a Paul de gagner, on devrait réfléchir à ceci, que pour lui la première partie ne peut pas être décisive comme pour Pierre. Quand celui-ci aura amené pile au premier coup, il a encore la ressource des deux autres parties supplémentaires. Donc la probabilité qu'a Pierre de gagner dans ces deux cas tourne au désavantage de Paul et doit être retranchée de la probabilité qu'il aurait de gagner si la première partie était décisive, aussi pour lui, c'est-à-dire, $\frac{1}{2}$.

La probabilité qu'a Paul de gagner est donc

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{3}{8},$$

comme précédemment.

5. — Je pense que toutes les fois que l'on peut recourir à l'image des urnes 1) et des extractions on y gagnera en simplicité. Supposons donc que Pierre ait à extraire une boule d'une urne contenant une boule blanche et une noire, et qu'il gagne s'il amène boule blanche au premier coup. Supposons encore que s'il manque le 1er coup on lui accorde encore deux extractions (en remettant toujours la boule extraite) et qu'il puisse gagner à la condition d'amener boule blanche deux fois de suite. Le problème est identique à celui de M. Borel, mais on aura moins de difficulté à le résoudre.

Pierre peut gagner de deux manières,

1° en extrayant la boule blanche à la 1ère partie, probabilité $\frac{1}{2}$;

2° en extrayant 2 fois de suite la boule blanche après *avoir manqué le 1er coup,* ce qui fait une probabilité composée, c'est-à-dire

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}.$$

Donc Pierre a probabilité $\frac{5}{8}$ de gagner.

Quant à Paul il n'a qu'une seule probabilité composée, pas de probabilité simple; le gain n'aura lieu pour lui que si Pierre manque le 1er coup et aussi s'il amène boule blanche au moins une fois sur les deux coups supplémentaires; car il suffit que Pierre amène boule blanche *au moins une fois sur les deux épreuves supplémentaires* pour qu'il perde.

La probabilité que Pierre manque la 1ére partie est égale à $\frac{1}{2}$; la probabilité qu'il amène boule blanche au moins une fois sur les deux autres parties est égale à $\frac{3}{4}$ 2).

Donc

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8},$$

1) Que l'on introduit souvent dès la définition de la probabilité.

2) C'est le problème de D'Alembert.

En définitive, de quelques façons que nous traitions ce problème il résulte que les probabilités respectives de gagner pour Pierre et pour Paul sont

$$\frac{5}{8} \text{ et } \frac{3}{8},$$

et que *en les calculant directement* pour l'un et pour l'autre nous trouvons des nombres dont la somme est égale à l'unité.

II.

PROBLÈME DE D'ALEMBERT.

6. — Disons maintenant un mot sur le problème de D'Alembert, qui n'est autre que la question suivante très simple:

On joue à pile ou face, quelle est la probabilité d'amener face au moins une fois sur deux parties?

D'Alembert disait que les cas possibles n'étaient que trois, savoir:

F à la 1ère épreuve; car alors on ne joue plus;
P à la 1ère épreuve et F à la 2e;
P à la 1ère et à la 2e épreuve.

Les cas favorables sont deux; donc, toujours suivant D'Alembert, la probabilité demandée est égale à

$$\frac{2}{3}.$$

Cette solution est fausse. Que l'on continue ou non à jouer, les cas possibles et *également probables* sont quatre, c'est-à-dire

FF, FP, PF, PP.

De ces quatre, trois sont favorables à la sortie de face, donc la probabilité demandée est égale à

$$\frac{3}{4}.$$

Si l'on voulait admettre trois cas, on devrait remarquer que ces trois ne sont pas *également probables;* la sortie de F au 1er coup n'a pas la même probabilité des deux autres cas

PF, PP.

La probabilité du 1er cas est $\frac{1}{2}$;

la probabilité de chacun des deux autres est une probabilité composée, car il faut d'abord amener P et ensuite amener F ou P; donc la probabilité de chacun des deux autres cas est égale à

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

Les probabilités favorables sont celles du 1er et du 2e évènement, F au 1er coup et PF; donc la probabilité demandée est égale à

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}.$$

7. — Il est toujours à recommander de faire le calcul *direct* des deux probabilités contraires. Cherchons la probabilité de n'amener jamais F. Elle dépend de deux évènements, P au 1er coup, P au 2e; donc il s'agit d'une probabilité composée, qui est égale à

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

Si D'Alembert eût calculé cette deuxième probabilité, il aurait vu que

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$$

ne font pas l'unité et il aurait compris son erreur.

On peut aussi appliquer à la résolution du problème de D'Alembert la formule qui donne la probabilité de tous les cas possibles sur m épreuves lorsqu'il n'y a que deux évènements possibles et contraires, dont les probabilités sont p et q. La formule est celle du binôme

$$(p + q)^m = p^m + C_m^1 p^{m-1} q + C_m^2 p^{m-2} q^2 + \ldots + C_m^\alpha p^{m-\alpha} q^\alpha + \ldots + q^m.$$

La probabilité qu'un évènement, par exemple celui dont la probabilité est q arrive *au moins* α fois est la somme des termes depuis $C_m^\alpha p^{m-\alpha} q^\alpha$ jusqu'au dernier inclusivement.

Dans le problème de D'Alembert P ou F ont la même probabilité, donc

$$p = q = \frac{1}{2}.$$

En outre $\alpha = 1$, puisqu'on demande que l'évènement arrive au moins une fois, et m est aussi égal a 2, puisqu'on ne joue que deux parties; donc on doit appliquer

$$(p + q)^2 = p^2 + 2\,p\,q + q^2$$

et prendre la somme des deux derniers termes, c'est-à-dire

$$2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4},$$

comme ci-devant.

Voilà la troisième Note que j'écris pour relever des solutions inexactes données par d'éminents analystes. Laissons de côté le cas de D'Alembert qui déraisonnait tout à fait dans les questions de probabilités; mais je pense qu'on est amené à cette conclusion que, lorsqu'on traite des problèmes de probabilités, si l'on doit avoir recours aux puissants moyens de l'analyse mathématique, on ne doit pas dédaigner les humbles lumières du simple bon sens.

III.

AUTRES PROBLÈMES.

8. — On peut donner au problème de M. Borel la forme d'un jeu de dés. Pierre jette un dé; s'il amène un nombre pair 1) il a gagné. S'il amène impair, il peut encore jeter deux dés et il gagnera à la condition d'amener un nombre pair avec chacun des deux dés.

Solution. Pierre a à son avantage la probabilité d'amener pair dès le 1er coup, c'est-à-dire $\frac{1}{2}$; il a encore la probabilité de jouer une autre partie, $\frac{1}{2}$, et d'amener pair avec chacun des deux dés, $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$. Donc la probabilité qu'a Pierre de gagner est égale à

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8}.$$

Maintenant je propose un problème de même forme que celui de M. Borel, mais exigeant une solution différente. *(A suivre).*

---

1) 2 ou 4 ou 6.

LAMENTO DI UNO SCIENZIATO TEDESCOFILO.

Dies illa dies irae;
quando mai vorran finire
queste orribili tempeste,
che sconvolgon cuori e teste?

Fino ad ieri si diceva
che in Berlino, sulla Sprea,
tutto quello si adunava
che fa gente dotta e brava;

Oggi invece una muraglia,
che nasconde la mitraglia,
si erge, e reca i più gran danni
al lavor di sessant'anni.

Lavorammo a stabilire
che in Italia, a divenire
uom di scienza, ognun doveva
ber soltanto acqua di Sprea.

Dell'Austriaco il bastone
carezzavaci il groppone;
pur, vedete simpatia!
del baston si ha nostalgia!

Proclamammo necessario
dei Tedeschi il ricettario,
dichiarando impertinente
il pensar diversamente.

Noi Parigi si schivava
e a Berlin solo si andava,
professori o appen cagnotti,
a servir quei signorotti.

E a Berlino s'insegnava
che occorreva a gente brava
far sparir la propria mente
e imitare servilmente.

S'insegnava che la testa
è per l'uomo cartapesta;
l'istrumento invece è tutto,
ancorchè sia tozzo e brutto.

Si dicea che la chiarezza,
cui la stirpe nostra è avvezza,
segno è sol d'imperfezione
e di scienza ch'è in embrione.

Affermavasi in coscienza
che, ad aver profonda scienza,
d'uopo è sempre complicare
ogni cosa ed annebbiare.

Una scienza che s'intende
non può essere profonda
pel Tedesco, il qual pretende
che il saper vero confonda.

Misurare, calcolare,
perequare e levigare;
ecco l'opra del Tedesco!
È lavoro da arabesco.

Micrometrica è una vite?
lavorate e intisichite
lunga pezza a metter fuori
qual ne sieno gli errori.

È ben ver che il risultato
spesso nullo compariva,
o dal gioco logorato,
l'apparecchio deperiva.

Or la scena è ben cambiata
e a Berlin più non si corre,
per ricever l'imbeccata
da Bauschinger e da Knorre.

Una scienza s'insegnava
che il miglior valor ci dava
da un insiem di osservazioni,
dopo molte operazioni.

Quel valor portava accanto
ben precisa, in quale e quanto,
l'incertezza che restava
sulla cifra che si dava.

Ma col tempo si trovava
sul valore allora assunto
un error che superava
venti volte il già presunto.

Si vedevano maestri,
nella scienza bravi e destri,
sempre assorti ed occupati
con i minimi quadrati.

Ma accadeva che 'l valore,
che volean far migliore,
peggiorava in guisa tale,
da stordire ogni mortale.

Queste cose ognun guardava;
ma di dirle non ardiva;
poichè il vero allor scottava,
anche il vero si tradiva.

Certo, ognun deve dolersi
che purtroppo possa aversi
servilismo in gente dotta,
per non perder la pagnotta.

Sia la guerra benedetta
che il Tedesco alfin rigetta!
La sua scienza a lui lasciamo
e l'italica vogliamo.

Via la scienza che deprime
l'uom che pensa, e lo riduce
qual lanterna senza luce,
quando ancor non lo sopprime!

Noi del Sud vogliamo il sole
nella scienza, e idee geniali.
Macchinismi intellettuali,
via da noi, tedesche fole!

GIOVANNI BOCCARDI.

Per soddisfare al desiderio espresso da molti, riproduciamo qui parte della relazione riguardo al premio conferito al nostro Presidente.

COMPTES RENDUS HEBDOMADAIRES
des séances de l'Académie des Sciences

N. 25 18 Décembre 1916.

PRIX VALZ.

(Commissaire: MM. Wolf, Deslandres, Bigourdon, Maurice Hamy, Puiseux, Darboux, Lippmann, Émile Picard, B. Baillaud, rapporteur).

..... A Pino Torinese, il appliqua la méthode de Struve pour les passages au premier vertical; il observa systématiquement les quatre étoiles: β Cocher, ψ Grande Ourse, δ et α Cygne, qui culminaient à une ou deux minutes du zénith. Depuis 1912, il a poursuivi lui-même ces observations sans aucune interruption, suppléé par un ou deux assistants pour les observations qu'il ne pouvait faire lui-même.

Les nombres ont été publiés d'année en année et l'on y voit se préciser successivement les observations elles-mêmes et en même temps s'accroître la certitude de résultats importants con-

cernant une variation à courte période due à l'action de la Lune, variation conforme à la théorie, mais d'une amplitude bien plus forte. La période lunaire se décompose en deux périodes semi-lunaires, que les observations montrent un peu inégales. Douteuse dans les premiéres années d'observations, la durée de cette période s'est affirmée de plus en plus à mesure que les observations ont été plus précises: elle est devenue tout à fait certaine quand M. G. Boccardi a pu obtenir une série ininterrompue pendant trois lunaisons.

Il s'agit de 0″, 2 à 0″, 3; il a fallu un sens bien affiné des observations pour obtenir des séries ne laissant aucune place au doute. C'est par les conditions appropriées dans lesquelles a été construit l'Observatoire, par l'étude infiniment minutieuse de l'instrument, par la détermination toujours soignée des constantes instrumentales, par le soin apporté aux réductions dans lesquelles, pour ramener les positions des étoiles au lieu apparent, il faut tenir compte des termes lunaires à courtes périodes, par la détermination des différences d'équation personnelles des observateurs, que G. Boccardi a mené à bien cette recherche et établi un résultat qui fait grand honneur au nouvel Observatoire de Turin.

Engagé dans un étude déjà organisée depuis nombres d'années, aidé d'abord par le Bureau de Potsdam et subventionné par l'Association géodésique, M. G. Boccardi a ressenti vivement le bésoin de travailler d'une manière entièrement libre.

..... Le succès a été la première récompense de ses scrupules et de ses efforts; il n'a pas dû écrire sans émotion ces lignes: « È veramente maravigliosa la corrispondenza fra le due curve e tale che raramente una legge teorica è stata così bene verificata dalla osservazione ».

Votre Commission vous propose de décerner le priz Valz à M. Giovanni Boccardi, pour l'ensemble de ses recherches sur la variation des latitudes et la découverte d'une inégalité sensible à période semi-lunaire.

L'Académie adopte la proposition de la Commission.

(Séance du 18 décembre 1916).

Dal *Bulletin Astronomique* (octobre 1916).

..... La lecture des publications dont nous venons de faire un compte rendu trop imparfait est, au point de vue général, des plus instructives. Elle montre ce que donne la persévérance associée à

l'intelligence, à l'esprit critique, à l'absolu souci de la vérité. L'existence d'une variation des latitudes à période semi-lunaire ne peut plus faire de doute, et comme elle ne s'explique pas, quantitativement par la variation de la verticale, elle tient à un déplacement de l'axe de la Terre..... B. B.

Quesito.

Poichè in Saggi non figurano se non recensioni di libri pubblicati di recente, mi permetto di domandare se non una recensione, qualche apprezzamento sugli **Elementi di Astronomia** *del P. Müller d. C. d. G. Roma 1904.*

L. R.

Risposta.

Cercheremo di contentare l'egregio richiedente, quantunque la questione sia un po' scabrosa.

I due volumi del P. Müller ci sembrano ben fatti, bene ordinati, e, dato l'ambiente scolastico cui l'A. indirizza l'opera sua, copiosi e quasi esaurienti. I dilettanti che desiderano d'istruirsi troveranno in questi due volumi una buona guida, specialmente perchè l'A. non suppone estese cognizioni matematiche nel lettore.

Ma come non vi à opera umana senza difetti, ci sembra riconoscere i seguenti nell'opera del P. Müller.

1° Sproporzione nelle parti, nel senso che a certe teorie o questioni si è dato uno sviluppo stragrande, e ad altre, di maggiore importanza poco sviluppo. Per citare un esempio, alle questioni polemiche si è dato grande sviluppo, alla precessione degli equinozî uno sviluppo insufficiente.

2° Negligenza nella forma, per modo che talvolta si capisce perfettamente il contrario di quello che l'A. vuol dire. Si sa che egli è tedesco, ma, ci sembra, che egli avrebbe potuto far rivedere il suo scritto da persone meglio versate nell'italiano e nell'astronomia. Nel libro del Müller si trovano espressioni, termini foggiati a modo suo ed affatto contrarî alla terminologia accettata dagli astronomi italiani.

3° Lo spirito un po' partigiano, per modo che dal libro, come da altre pubblicazioni dell'A., si vede il suo intento di deprimere il sommo Galileo perchè italiano e di esaltare Copernico e Keplero, perchè tedeschi. Certamente non può far piacere lo scorgere lo studio minuzioso, la somma premura dell'A. per trovar nèi nell'opera del Galilei e nell'esagerare il merito degli astronomi tedeschi.

Degli astronomi poi della Società cui appartiene l'A. è inutile dire che l'opera scientifica è spiegata e stemperata per lungo e per largo.

Di altre inesattezze nelle definizioni, ecc. non diremo nulla.

G. Boccardi.

NOTIZIE

Personalia. Il 19 gennaio 1917 il prof. Giovanni Celoria ragginngeva i limiti di età e veniva messo a riposo. In questa occasione si è pensato da alcuni di fargli onoranze speciali ed un apposito Comitato si è perciò costitnito.

Il sottoscritto non ha accettato di far parte di qnel Comitato per le ragioni segnenti:

1° Già si fecero onoranze per l'entrata in riposo di Schiaparelli, Fergola e Lorenzoni; se dunque si continua in questa via col Celoria, si verrà a stabilire una consuetndine onerosa a tutti.

2° L'ora solenne che scorre non è fatta per onoranze dispendiose; oggi i fondi, se ve ne sono, devono essere destinati a ben altro;

3° Il Celoria appartiene a quella schiera di scienziati i quali hanno largamente contribnito al predominio in Italia della scienza germanica nella astronomia e nella geodesia.

G. Boccardi.

FEBBRAIO 1917.

DIARIO DELL'OSSERVATORE

(Tempo medio civile dell'Europa centrale).

2. — *Marte* in congiunzione con *Urano* a 23^h (Marte 0°26′ S).
5. — *Saturno* in conginnzione con la *Luna* a 8^h (Satnrno 0°48′ N).
5. — *Nettuno* in congiunzione con la *Luna* a 23^h (Nettuno a 1° 2′N).
9. — *Urano* in congiunzione col *Sole* a 1^h.
12. — *Mercurio* alla più grande elongazione 12^h (a 26° 3′OE).
15. — *Mercurio* nel nodo discendente a 3^h.
19. — *Sole* entra nel segno dei Pesci a $5^h\,66^m$.
20. — *Mercurio* in congiunzione con la *Luna* a 2^h (Mercurio a 2°20′S).
20. — *Venere* in congiunzione con la *Luna* a 7^h (Venere a 3° 25′S).
20. — *Marte* al perielio a 18^h.
21. — *Urano* in congiunzione con la *Luna* a 2^h (Urano a 3°38′S).
22. — *Marte* in congiunzione con la *Luna* a 1^h (Marte 5°10′S).
24. — *Venere* in congiunzione con *Urano* a 23^h (Venere 0°23′S).
25. — *Mercurio* all'afelio a 9^h.
26. — *Giove* in congiunzione con la *Luna* a 1^h (Giove a 6°21′S).
28. — *Marte* in congiunzione col *Sole* a 23^h.

Fasi della Luna.

	7 Febbraio	Luna Piena	a	4^h28^m
	15 »	Ultimo Qnarto	a	$2^h\,53^m$
	21 »	Lnna Nuova	a	$19^h\,9^m$
	28 »	Primo Qnarto	a	$17^h\,44^m$
Apogeo	6		a	10^h
Perigeo	21 »		a	2^h

Pianeti osservabili.

Mercurio, astro del mattino. potrà ricercarsi dal 9 al 16.
Venere, astro del mattino, poco visibile.
Urano e Marte non sono osservabili.
Giove brilla di viva luce dnrante la sera.
Saturno visibile tntta la notte.
Nettuno visibile tutta la notte.

MARZO 1917.

2\. — *Mercurio* in conginnzione con *Urano* a 15^h (Mercurio 1°12′N).
3\. — *Venere* all'afelio a 24^h.
4\. — *Saturno* in congiunzione con la *Luna* a 11^h (Saturno 0°47′N).
5\. — *Nettuno* in congiunzione con la *Luna* a 4^h (Nettnno 1°3′N).
7\. — *Nettuno* in congiunzione con *Acquario* a 4^h (La stella 0°1′N).
17\. — *Mercurio* alla più grande latitudine eliocentrica S a 17^h.
18\. — *Mercurio* in congiunzione con *Venere* a 22^h (Mercnrio 0° 44′S).
20\. — *Urano* in congiunzione con la *Luna* a 14^h (Urano 3°52′S).
21\. — *Sole* entra nel segno dell'*Ariete*, comincia la primavera a 6^{h}28′.
22\. — *Venere* in congiunzione con la *Luna* a 18^h (Venere 6°40′S).
22\. — *Mercurio* in conginnzione con la *Luna* a 22^h (Mercurio 7° 13′S).
23\. — *Marte* in congiunzione con la *Luna* a 1^h (Marte 6°12′S).
24\. — *Mercurio* in congiunzione con *Marte* a 9^h (Mercurio 0°56′S).
25\. — *Giove* in congiunzione con la *Luna* a 20^h (Giove 5°51′S).
26\. — *Saturno* stazionario a 2^h.
26\. — *Venere* alla più grande latitudine eliocentrica S a 7^h.
29\. — *Mercurio* in congiunzione superiore col *Sole* a 18^h.
31 — *Venere* in congiunzione con *Marte* a 9^h (Venere 0°39′S).
31\. — *Saturno* in congiunzione con la *Luna* a 17^h (Saturno 1°1′N).

Fasi della Luna.

8 Marzo	Lnna Piena	a	22^h 58^m
16 »	Ultimo Quarto	a	13^h 33^m
23 »	Luna Nuova	a	5^h 5^m
30 »	Primo Quarto	a	11^h 36^m
Apogeo 5 »		a	16^h
Perigeo 21 »		a	10^h

Pianeti osservabili.

Mercurio, Venere, Marte e Urano non osservabili.
Giove, nell'Ariete, è visibile nelle prime ore della notte.
Saturno, nei Gemelli, e *Nettuno* nel Cancro visibili alla sera.

T. Comi.

De Maria Giuseppe, *Gerente responsabile*.

Torino, 1917 — Tipografia San Giuseppe degli Artigianelli.

Risposta ad una Nota [1]

del Dottor V. Cerulli da G. Boccardi.

Ringrazio il Presidente della Pontificia Accademia dei N. Lincei di avermi dato notizia d'una Nota del Dottor Cerulli, che io avrei certamente ignorata (per non aver egli sentita l'opportunità d'inviarmela), dato che lo stato della mia vista mi costringe al più assoluto riposo, sicchè non posso seguire gli Atti delle Accademie. Veramente spetterebbe al Dottor Roggero di rispondere agli attacchi contro di lui fatti con una forma che non pecca per eccesso di riguardo; ma il valoroso giovane è attualmente tenente di artiglieria ed ha un comando al fronte. Quando, a guerra finita, sarà di ritorno a questo Osservatorio (come è da augurarsi) risponderà ampiamente al Cerulli. Quanto a me, attaccato di fianco, non posso perdere assolutamente la vista per aver l'onore di rispondere al Cerulli con formole e numeri. Presa però cognizione di quella Noticina, che mi son fatta leggere, ho dettate a memoria le pagine seguenti a difesa del mio assistente [2].

Da Poinsot fino a Stapfer, tutti gli autori di Trattati, Memorie e Note hanno parlato di spostamento dell'asse OI, di rotazione intorno al corrispondente asse OC del momento principale d'inerzia in una forma che si presta assai all'equivoco. Nè era qui il caso di adoperare un linguaggio riferentesi a moto puramente relativo, come, per es. nei riguardi della Terra e del Sole; tanto più che un autore fa muovere OC lungo una retta ed OI lungo una ellisse avvolgente l'estremo C.

Si stenta a trovare una esposizione precisa e chiara con cui si venga a dire che, rimanendo fissa la direzione dell'asse OI nello spazio (s'intende dopo avere avuto riguardo alla precessione ed alle ovvie nutazioni e trascurando la sua piccola nutazione diurna)' esso viene a coincidere con le generatrici successive di un cono di rotazione di cui OC è l'asse, fisso nella Terra, spostandosi con detto asse la Terra con movimento d'insieme [3].

---

1) *Rendiconti della Ra Accademia dei Lincei*, 4 febbraio 1917.

2) Dico qui ad onore del bravo mio collaboratore che le sue idee sono divise dal prof. Schumann e da altri.

3) Di questi spostamenti dò altrove una esposizione completa, che potrà

Tutto questo però suppone: 1° che all'origine vi sia stata quasi assoluta coincidenza fra OI ed OC; 2° che la Terra sia assolutamente rigida; in modo che nessun trasporto di materia sia possibile nell'interno di essa od alla sua superficie; 3° che i momenti principali indicati con A, B, C, sieno quasi assolutamente identici in valore, per modo che il fattore $\frac{C-A}{C}$ della nutazione diurna (nello spazio) di OI sia insensibile alle osservazioni.

Ora non v'è chi non veda e sappia che queste ipotesi sono tutt'altro che dimostrate come rigorosamente avverantisi.

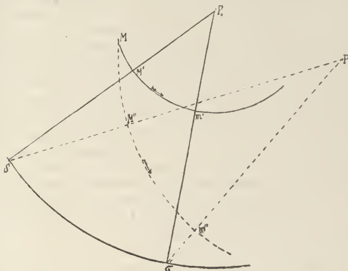
Ma le odierne osservazione celesti per lo studio delle variazioni delle latitudini sono dirette non solamente a verifica di una teoria, molto incompleta [1], ma sopra tutto a constatare quali sieno effettivamente gli spostamenti del polo d'inerzia e di quello di rotazione, se pure non si voglia avere riguardo anche al polo G della coppia risultante. E se dalla osservazione risulta che l'asse della rotazione istantanea si sposta non solo sulla Terra, pel muoversi di questa, ma anche nella sua direzione in cielo, non vi è più teoria che tenga. Le formole trovate dal Dott. Roggero si riferiscono al caso di quest'ultimo spostamento, ed il dichiararle assurde è semplicemente imprudente, come lo sarebbe il chiamare assurde quelle della nuova Geometria superiore. D'altronde, secondo ogni teoria, è impossibile che l'asse OI rimanga assolutamente immobile nello spazio (s'intende oltre la precessione e le ovvie nutazioni), e l'entità di questi spostamenti, poggia in parte su dati che devono venire dalla osservazione. Naturalmente al muoversi di OI leggermente nello spazio, quindi di I sulla sfera celeste, variano le distanze polari delle stelle che sono riferite ad I, e nella riduzione delle osservazioni, non si possono adoperare le declinazioni delle stelle come sono desunte dai cataloghi, cioè riferite al polo medio. Inoltre le variazioni della latitudine sono diverse secondo le ore delle osservazioni, se nelle posizioni delle

---

servire ad evitare equivoci nella lettura dei trattati. Gli stessi autori francesi, per solito così chiari, fanno qui un po' di confusione; sicchè si desidera ancora una esposizione chiara, precisa e rigorosa.

1) Tutti gli autori moderni dichiarano che la teoria è appena abbozzata e che noi nulla sappiamo dei *complicatissimi spostamenti* assoluti e relativi dell'asse d'inerzia e di quello della rotazione istantanea. Pel Cerulli invece tutto sembra assodato; ma allora sarebbero inutili le osservazioni.

stelle non si ha riguardo alla variazione delle loro distanze dal polo di rotazione.



La figura qui unita mostra l'effetto parziale di uno spostamento del polo di rotazione, prescindendo dall'effetto dovuto allo spostamento del polo d'inerzia 1). P_0 è la posizione primitiva del polo di rotazione; *S* e σ due stelle di eguale declinazione in quell'epoca; M un luogo terrestre il quale per la rotazione di questa è condotto in M' sul circolo orario della stella S ed in *m'* in su quello della stella σ. Se si suppone col Roggero che il polo P_0 si sposti in P non solo sulla Terra ma nello spazio, il parallelo descritto da M sarà M M'' m''. Il punto M si troverà in M'' sul nuovo circolo orario di S, cioè PS, ed in m'' sul nuovo circolo orario di σ cioè Pσ.

Si vede allora come variano le declinazioni, e le distanze zenitali delle stelle relativamente al luogo M ed altresì rispetto al polo, e che inoltre le variazioni della latitudine *quando non si abbia*

1) Il Dottor Roggero avrebbe dovuto spiegar questo nella sua Nota presa di mira dalle critiche. Egli è andato tropp'oltre nello scrivere che con le sole osservazioni di una stazione si sarebbe potuto tracciare la polodia, cosa che sarebbe molto difficile. Io poi sono andato tropp'oltre nella fiducia nelle sue conclusioni. Ma già altri aveva scritto lo stesso che il Roggero. (Vedi E. BIANCHI, *Le stazioni astronomiche internazionali.* (Nuova Antologia 1904).

riguardo a quelle delle declinazioni sono diverse per le diverse stelle. Questo ha voluto mettere in luce il Roggero.

E infatti dalle osservazioni di Pino Torinese, eseguite sulle 4 note stelle nel 1912, risultavano curve differenti per la variazione della latitudine, per stelle molto diverse in ascensione retta. Il fatto, come ho poi saputo, non era nuovo, chè l'Illustre Prof. Schumann, capo della commissione Geodetica dell'Austria e Direttore del Politecnico di Vienna, in una dotta Memoria, pubblicata a parte dalle *Astronomische Nachrichten (Numerische Untersuchung über Polhöhenschwankung,* Kiel, 1906) mise in luce variazioni diurne della latitudine. È vero bensì che l'Albrecht non pose mente a siffatta Memoria, siccome nol fece ad un'altra dotta Memoria dello Schumann sulla corrispondenza fra le posizioni della Luna e le variazioni delle latitudini, Memoria che letta in seno alla Commissione per la variazione delle latitudini, nella Conferenza di Amburgo (1912), riscosse plausi generali, sino a domandarsene la stampa durante la stessa Conferenza.

Dopo un primo saggio di applicazione delle x e y di Postdam alle nostre osservazioni del 1912, saggio dal quale risultava che per alcuni mesi si aveva la coincidenza ma poi essa mancava, risolvemmo di non occuparci di tracciare la polodia nè con le nostre sole osservazioni nè con quelle degli altri. Il Dr Cerulli immagina che noi ci occupiamo di tracciare la polodia e sembra preoccuparsi che noi lo facciamo con le nostre sole osservazioni, applicandosi a dimostrare la difficoltà di siffatta impresa, mentre il tracciare la polodia, sia con le nostre osservazioni sia con quelle degli altri, è proprio l'ultima delle nostre cure.

Quando si trovano fra le mani di tutti gli astronomi numerose Memorie e Note, che criticano l'organizzazione del lavoro di osservazione ed il metodo di riduzione, opera dell'Albrecht, e fra l'altro un articolo così poderoso e profondamente matematico come quello del Buchwaldt *(Astronomische Nachrichten* 4685) il quale dichiara che non si deve dare molto valore alle x e y dell'Albrecht, mentre z non è altro che il *pattumaio* [1]), il quale racco-

1) Questo termine z, d'importazione giapponese e tanto caro agli astronomi tedeschi ed ai loro discepoli, venne dichiarato una illusione ed una assurdità da scienziati certamente più autorevoli di me e del Cerulli; come pure da molti venne dichiarata inammissibile la così detta teoria ottica del Cerulli, con la quale si sarebbero venute a demolire le belle ricerche del grande Schiaparelli sul pianeta Marte.

glie tutte le cose trascurate nella teoria e nel calcolo dall'Albrecht nella sua riduzione; quando nei miei numerosi viaggi all'estero per Congressi e Conferenze, nonchè nella mia estesa corrispondenza con astrononii di ogni paese, ho acquistata la convinzione che l'opinione generale non è favorevole al metodo dell'Albrecht (in parte sconfessato dallo stesso Direttore dell'Istituto geodetico di Potsdam) 1), e si desidera la soppressione di quelle stazioni di latitudine, le quali (non ostante l'abilità degli osservatori e la loro abnegazione) dal 1899 non han dato altro risultato 2) che quello di accertare gli spostamenti del polo, come doveva per necessità accadere con osservazioni in stazioni disposte lungo lo stesso parallelo, e confermare il periodo di Chandler, scoperto tanti anni prima; mentre negli annunzi piuttosto pomposi della fondazione di quelle stazioni si affermava che si sarebbe scoperto il vero cammino del polo e trovate le leggi che lo governano; in vista di tutto questo, io non volli gettarmi in quel ginepraio, tanto più che alcune delle nostre stelle non si potevano osservare in qualche mese estivo, donde lacune.

Ecco quanto mi scriveva in proposito un illustre professore di Meccanica superiore in una delle nostre università:

« Ho letto in particolare con interesse il suo CREDO riguardo « alla variazione delle latitudini. Ho sempre avuto anch'io l'im- « pressione che a queste laboriose ricerche si sia data un'impor- « tanza sproporzionata alla scarsità dei risultati ottenuti. » E dire che vi è ancora chi propone di continuare in questa via, specialmente per tener dietro al fantastico termine z di Kimara!

E questo linguaggio è comune a molti Colleghi; cosicchè io credo di poter ripetere qui quanto scrissi a chiusa di un capitolo sull'argomento (parole che l'illustre sig. Baillaud, Direttore dell'Osservatorio di Parigi, ha fatte sue):

« ..... anzichè sciogliere un inno a siffatto lavoro dell'astronomia « moderna, da taluno paragonato alle scoperte di Ipparco e di « Bradley, ci è d'uopo confessare la nostra profonda ignoranza ».

Invece io preferii di restare nel terreno dei fatti, cioè delle os-

1) Nell'ufficio di Potsdam dicevasi scherzosamente che, se l'Helmert avesse incaricato di quel lavoro i professori Schnauder o Borrass, *il polo sarebbe andato per tutt'altra strada che quella tracciatagli dall'Albrecht.*

2) S'intende prescindendo dal risultato disastroso della spesa di circa un milione e mezzo di lire.

servazioni di alta precisione 1), dalle quali in quattro modi diversi spuntò una corrispondenza con le posizioni della Luna, in guisa da non poter negarla, a meno di chiudere gli occhi e di rinunziare a quello spirito di investigazione scientifica, il quale, se manca altrove, non può mancare negli scienziati di stirpe latina, purchè sappiano serbarsi immuni da influenze tedesche. È dunque evidente che le critiche teoriche fatte dal Cerulli al Dottor Roggero non toccano per nulla l'opera da noi compiuta, la quale secondo la Relazione pel premio Valz 2), fa grande onore al nuovo Osservatorio di Torino. Quando nove fra i più distinti accademici della Francia hanno riconosciuto nell'opera nostra l'unica ed assoluta preoccupazione della ricerca della verità, le osservazioni od obbiezioni (senza alcun preconcetto riguardo alla loro provenienza) purchè nella doverosa forma accademica (la sola a me familiare) non potrebbero farmi altro che piacere; se poi fossero assurde esse stesse od irriverenti, non sarebbe prezzo dell'opera l'occuparsene, la disapprovazione generale vi sarebbe degna risposta.

PROBLÈMES DE PROBABILITÉS

NOTE DE M. JEAN BOCCARDI

(Voyez page 10).

Problème, Pierre a devant lui deux urnes; dans l'une il y a un seul dé, dans l'autre il y en a deux. Pour gagner il doit amener toujours des nombres pairs, soit avec le dé isolé soit avec chacun des deux dés accouplés, suivant qu'il met la main dans la 1re urne ou dans la 2e. Si le premîer coup ne lui réussit pas, il lui est concédé de mettre la main dans l'autre urne et de jouer un

1) *Comptes Rendus de l'Académie des sciences*, N° 25, 18 décembre 1916.

2) Ecco quanto ne scriveva il distinto astronomo di Berlino, prof. Courvoisier, il 26 marzo 1915: « ..... gratuliere Ihnen zu der ausgeziehneten Genauigkeit « Ihrer Beobachtungeu. Die Polhöhen auss α Cygni ergeben eine Jahrescurve, « die qualitativ durchhaus den voraussetzgen *jährlicher Refraction* entspricht... « Auch die Beobachtungen der andere sterne bestätigen dieses Resultat. Haben « Sie fur 1914 schon definitive Resultate? Danu wäre ich für eine gütige « Mitteilung derselbeu sehr dunkbar! ».

second coup. Paul perd soit que Pierre amène pair au 1er coup avec un dé ou avec chacun des deux accouplés, soit que Pierre ait recours à un 2d coup et qu'il amène pair.

Solution. Pierre a à son avantage la probabilité d'amener pair avec le dé isolé ou avec les deux accouplés. Que le 1er coup lui réussisse ou non, qu'il gagne au 1er ou au 2e coup, les probabilités qui sont à son avantage sont toujours les mêmes. Il s'agit d'une probabilité totale, résultant de la somme de celles d'amener pair avec le dé isolé ou avec les deux autres; mais chacune de ces deux probabilités est à son tour une probabilité composée, *a)* de la probabilité de mettre la main dans telle urne, *b)* de jeter toujours pair soit avec le dé isolé soit avec les deux accouplés.

Quant à la 1re urne, on a: 1° probabilité d'y mettre la main $\frac{1}{2}$; 2° probabilité d'amener pair, $\frac{1}{2}$; donc $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$.

Pour la 2e urne, on a: 1° probabilité d'y mettre la main, $\frac{1}{2}$; 2° probabilité d'amener pair avec les deux dés, c'est-à-dire:

$$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}.$$

Donc Pierre a une probabilité de gagner égale à

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{8}.$$

Quant à Paul, il a à son avantage la probabilité que Pierre amène impair soit avec la 1re urne, c'est-à-dire $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$ soit avec la 2e, c.-à-d. $\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\overset{1)}{=}\frac{3}{8}$.

En définitive la probabilité qu'a Paul de gagner est ègale à

$$\frac{1}{4}+\frac{3}{8}=\frac{5}{8}.$$

La somme des probabilités des deux joueurs est bien ègale à l'unité.

(A suivre).

1) $\frac{3}{4}$ est la probabilité d'amener impair au moins avec l'un des deux dés.

A proposito di alcune critiche
all'opera scientifica del Prof. G. Boccardi.

Ho avuto notizia di una Nota del Dottor V. Cerulli, pubblicata negli Atti dei Regi Lincei; colla quale si attaccano, in forma tutt'altro che cortese, alcuni lavori di un assistente del Professor G. Boccardi; e si minaccia di proseguire su questo tono, attaccando altre pubblicazioni dell'Osservatorio di Pino Torinese.

È evidente che siffatta campagna potrebbe fare cattiva impressione in chi non conoscesse la brillante opera scientifica del ch. mo Prof. Boccardi, creatore, e sapiente Direttore di detto Osservatorio; opera, riconosciuta ed ammirata da scienziati di altissimo valore, specialmente stranieri.

E perciò, quantunque io non sia astronomo di professione (e perciò non mi senta in grado di discutere con competenza dei lavori dell'illustre Direttore dell'Osservatorio di Pino Torinese), sento il bisogno di protestare altamente contro tale ingenerosa campagna denigratrice; che tenterebbe, se fosse possibile, di demolire tutta l'opera di un uomo, cui peraltro l'ammirazione e l'encomio di indiscusse celebrità d'ogni nazione, è ben sufficiente compenso a tali attacchi, che gli si muovono in Italia da pochi isolati. Essi non valgono inoltre ad offuscare la distinzione, di cui il Boccardi è stato recentemente onorato da parte dell'illustre Accademia delle Scienze di Parigi, in seguito a lusinghiero giudizio di ben nove membri di quell'autorevole consesso. E non si potrebbe, senza offesa al sentimento generale, accusare di parzialità quegli illustri accademici. Ma è bene che certe stonature cessino; e che, anche in Italia, si riconosca il vero merito, indipendentemente da ogni prevenzione partigiana.

Queste critiche, ancorchè indirette, al Prof. Boccardi, proprio nell'ora, in cui l'opera sua è stata riconosciuta in modo così solenne all'estero (e perciò universale dovrebbe esserne il compiacimento fra noi, per la stima, che ne proviene all'Italia ed alla scienza del nostro paese) sembrano rilevare, oltre che parzialità una certa dispiacevole acrimonia.

Temo che il Boccardi, a causa di una coroidite, e per mancanza assoluta di assistenti nell'Osservatorio, in così grave momento per la nostra patria, non sia in condizioni di prendere con argomenti scientifici le difese proprie, e dell'assistente Dott. Roggero, del quale il Dottor Cerulli ha attaccato **proprio adesso** una Nota

pubblicata nel 1913 (criticando implicitamente il Prof. Boccardi e il Direttore dell'Osservatorio di Parigi). E neppure, forse, potrà rispondere ad un astronomo di Roma, che, non è molto, con evidenti allusioni, qualificava *insana mania* le scoperte, che hanno meritato testè al Prof. Boccardi il premio conferitogli dall'Accademia delle Scienze di Parigi.

Sia lecita quindi a me, non astronomo, ripeto, ma sincero, e libero, ammiratore del Boccardi, di elevare da queste colonne una sentita protesta contro un sistema, che da più lustri non lascia occasione per molestare questo scienziato, al quale, in verità, non può rimproverarsi altro che aver sempre tenuto alto il prestigio della scienza italiana contro ogni asservimento ai Tedeschi; di aver creato a Pino Torinese il più grande e migliore Osservatorio d'Italia; e di aver dato vita all'*Annuario Astronomico* (che ha messo l'Italia al pari di quelle poche nazioni che pubblicano opere siffatte), all'*Urania*, ai *Saggi*, ecc.

Sarebbe finalmente tempo di desistere dal molestare un uomo cotanto illustre, che desta preoccupazioni e rancori soltanto perchè, conscio del suo valore, e fiero della propria dignità, si è sempre rifiutato di curvare la schiena innanzi ai grossi papaveri, spesso della setta massonica. Il Dottor Cerulli, che conosce intimamente il Boccardi, e per lungo tempo gli ha tributato la propria stima sincera e intera, ha potuto, meglio di ogni altro, apprezzarne la rettitudine, e la dirittura morale e scientifica.

Nella sua indiscutibile lealtà, deve riconoscerlo sinceramente. Ed io mi auguro, nell'interesse della scienza, che ciò avvenga presto, e senza riserve.

Avvocato PIETRO BRAYDA
Marchese di Soleto.

La stella più vicina.

1. — Nei secoli che ci han preceduti fu costante negli esploratori del cielo il desiderio di misurare la distanza delle stelle, come avevano fatto per quella dei pianeti; ma i risultati nulli delle loro più pazienti ricerche li convinsero al fine che la distanza delle stelle è di tutt'altro ordine di grandezza. Solo quando gli astronomi furono in possesso di quel potente e delicato mezzo che è l'eliometro, poterono affrontare il ribelle problema, e Struve e Bes-

sel quasi contemporaneamente giunsero a misurare parallassi di $\frac{1}{3}$ di 1''. Una volta dischiusa la via fu abbondante la messa di ricerche in questo campo; non sempre però le parallassi ottenute presentarono precisione sufficiente, tanto che per alcune stelle l'errore probabile della parallasse era della stessa entità di questa.

Quando poi i fratelli Henry ebbero risolto il problema della fotografia di piccole regioni celesti, si pensò subito ad applicare il metodo fotografico alle determinazioni di parallassi stellari.

In questi ultimi tempi poi, rese di alta precisione le osservazioni al circolo meridiano mercè il *micrometro impersonale*, si è tentato con qualche successo di determinare la parallasse di stelle con osservazioni meridiane.

2. — I lettori già sanno che la parallasse del sole, della luna, dei pianeti è l'angolo, sotto il quale dal centro di ognuno di quegli astri, supposto alla distanza media dalla terra, sarebbe veduto il raggio equatoriale dell'elissoide terrestre; ma, quando trattasi delle stelle, bisogna prendere per base nientemeno che la distanza media della terra dal sole, ovvero il raggio dell'orbita terrestre, se la si vuol considerare circolare. Ne segue che la condizione più favorevole per ottenere una parallasse sensibile è di paragonare osservazioni fatte a sei mesi di distanza; e già il nostro sommo Galileo aveva divinato, che paragonando le osservazioni di una stella più vicina a quelle di una stella altissima cioè lontanissima si scorgerebbero spostamenti nella più vicina.

Il metodo fotografico presenta il vantaggio di permettere una vera triangolazione delle immagini di stelle su due *clichès* di una stessa regione, presi a sei mesi d'intervallo. Oggi si contano trecento e più stelle, di cui la distanza è sufficientemente nota mediante parallasse.

Poichè la distanza di una stella anche fra le più vicine, a volerla dare in chilometri, si dovrebbe esprimere con numeri di quindici, sedici e più cifre, si è pensato di prendere qual metro celeste la velocità della luce (299.860 Km. al 1ˢ), e la distanza delle stelle si esprime col tempo, che impiega la luce per giungere da siffatti astri, e questo tempo abbraccia più anni.

3. — In questi ultimi mesi l'astronomo americano Barnard ed il francese Gonnesiat, mediante fotografie celesti abilmente esaminate e discusse, hanno detronizzato la stella α *Centauri*, la quale per molti lustri è stata ritenuta la più vicina al nostro sistema

solare, dimostrando che questo vanto è riservato non ad una stella superiore alla 1ª grandezza come l'α *Centauri*, ma ad una piccola stellina di grandezza inferiore alla 10ª. Questo fatto conferma quanto già si sapeva per altre vie, non essere poi vero che le stelle più grosse sieno le più vicine a noi. Mentre la parallasse di α *Centauri* giunge appena a 0,"75, quella della stellina ora detta arriva ad 1" intero, sicchè la luce impiega a giungerci anni 3,26.

Quello che ha messo gli astronomi sull'avvisato nei riguardi di detta stellina è stato il suo notevolissimo moto proprio annuo, che nella risultante è di + 10",3. Anche sotto siffatto aspetto quella stellina ha detronizzato la stella, che finora teneva il *record* del moto proprio annuo in 8",7. Una stella che si muove con tanta rapidità deve con ragione presumersi che ci sia molto vicina.

4. — A noi, situati a latitudine boreale non indifferente, la scoperta della parallasse di detta stellina deve recare maggior piacere, perchè mentre α *Centauri* ci è invisibile, non comparendo mai sul nostro orizzonte, e sarà tale per tutti i secoli avvenire (chè la precessione degli equinozi non basterà a farla comparire sul nostro orizzonte, tanto essa è vicina al polo australe) la stellina invece è e sarà sempre visibile nei nostri climi. Le sue coordinate approssimate sono nel 1917:

$$17^h.53^m \qquad + 4°.26'.$$

Questa stella si avvicina a noi colla velocità di 91 Km. al secondo, e nella risultante muovesi colla velocità di 103 Km. al secondo, Il suo moto annuo in ascensione retta è di appena — 0,s04.

I lettori non si spaventino pel rapido avvicinarsi di questa stella a noi, chè, quantunque essa percorra ogni giorno circa 8 milioni di Km. non raggiungerebbe la terra se non dopo 10.000 anni, ammettendo che il suo moto fosse sempre della stessa intensità e dello stesso senso; ma evidentemente essa percorre un'orbita, quindi se oggi si avvicina a noi, potrà allontanarsene coll'andare dei secoli.

Note su Pianetini.

Il nostro illustre consocio, Prof. A. Armellini, ha recentemente pubblicato negli Atti della R. Accademia dei Lincei (Vol. XXVI, fasc. 5°, seduta del 4 Marzo 1917) una interessantissima nota di Meccanica celeste « Sopra le distanze dei pianeti dal Sole. »

In detta nota l'A. presenta alcune considerazioni sulla celebre legge di progressione geometrica di Bode o di Titius e sulle medificazioni apportatele da Wurm, da Gaussin e da Belot, facendone notare le discordanze ed osservando che, se invece di ammettere un gran numero di pianeti tra il Sole e Mercurio o tra Mercurio e Venere, si ammette un solo posto vacante tra Saturno ed Urano, diviene possibile rappresentare le distanze planetarie con legge semplicissima e con notevolissima esattezza.

Riguardo a detto posto vacante tra Saturno ed Urano, egli continua, potrebbe ammettersi che dipenda da un periodo di stasi dell'attività centrale. Infatti secondo la teoria diPoincaré (esposta in *Hypothèses cosmogoniques)*, il quale interpretava la legge di Bode ammettendo che i pianeti siano stati prodotti ad intervalli di tempo presso a poco costanti, una maggior distanza fra i pianeti corrisponderebbe ad un maggior intervallo di tempo tra la loro produzione. Potrebbe anche mettersi in relazione questo ristagno con la produzione dei due pianeti giganti, Giove e Saturno, od anche col passaggio dalla zona a rotazione diretta alla zona retrograda.

L'A. poi accenna che non sarebbe assurdo supporre l'esistenza di qualche pianetino fra Saturno ed Urano, ammettendo così che la zona dei due grandi pianeti, Giove e Saturno, sia contornata tanto all'interno (tra Giove e Marte) quanto all'esterno (tra Saturno ed Urano) da uno sciame di pianetini.

La geniale ipotesi di uno sciame di pianetini tra Saturno ed Urano sembrami abbastanza logica ed ammissibile; del resto si può ricordare che Charlier credeva ad uno sciame di pianetini fra Mercurio e Venere, Gaussin ammetteva sette pianetini intermercuriali, Belot supponeva quattro pianetini intermercuriali ed uno tra Mercurio e Venere, Bode pensava vi fossero infiniti pianetini fra Mercurio e Venere, e così via.

Orbene, siccome i calcoli dei diversi studiosi di Astronomia e di Meccanica celeste, non essendo ancora tra loro d'accordo, lasciano margine anche ad altre ipotesi, se mi fosse lecito esprimere un'opinione in proposito direi che, secondo quanto ho succintamente esposto l'anno scorso in una sintesi cosmica dell'« Universo », penso che di questi corpuscoli astrali (i quali vanno dalla polvere cosmica al pianetino) ve ne devono essere nel Sistema solare assai più di quanto si creda, sia sparsi, sia raggruppati in sciami, sia giacenti in posizione fissa analoga a quella dei Pianeti, sia seguenti traiettorie variabili.

Quindi, oltre ai famosi Asteroidi che da poco più di un secolo si vanno scoprendo tra Marte e Giove, vi debbono esistere sciami analoghi od elementi asteroidi simili sia tra Saturno ed Urano (secondo la supposizione ora enunciata dall'Armellini) sia tra l'uno e l'altro dei diversi altri Pianeti del Sistema solare. Toccherà al calcolo di trovare la più probabile distribuzione degli sciami più importanti secondo le leggi della Meccanica celeste, giacchè coi mezzi ottici sarà difficile scoprire quelli lontani, salvo i pianetini più grandi sul tipo di Cerere, che ha circa 1000 Km. di diametro.

Del resto le Meteoriti, Uranoliti, Aeroliti e simili, di ogni forma e dimensione (da quelle microscopiche a quelle pesanti migliaia di Kg.) che cadono

continuamente sulla Terra, giungendovi con velocità planetarie, probabilmente in buona parte ci rappresentano nel modo più palpabile quella, direi, polvere cosmica che, sparsa od in sciami, in elementi di dimensioni svariatissime, deve tuttora esistere in quasi tutto il Sistema planetario, pur lentamente in parte accentrandosi, per le leggi di gravità cioè di attrazione, sui Pianeti maggiori: salvo quei raggruppamenti speciali che assunsero nel Sistema solare una individualità propria, come appunto è il caso per gli anelli di Saturno e specialmente per gli sciami degli Asteroidi e probabilmente per altri analoghi che si potranno scoprire in avvenire sia coi calcoli più delicati, sia coi telescopi più potenti.

FEDERICO SACCO.

Bibliografia.

D. Ignacio Tarazona Blanch. — *1468 estrellas del preliminary general catalogue de Boss.* Valencia 1916.

Notre distingué collègue de l'*Urania* et professeur à l'Université de Valencia a fait un travail d'ensemble sur les grandes Ephémérides, et publié dans une brochure un tableau des étoiles du catalogue de L. Boss dont les positions sont données par les Ephémérides. Le Tableau contient en outre les positions approchées pour l'équinoxe de 1900,0 des étoiles susdites.

C'est une publication très utile dont les astronomes sauront gré à M. Tarazona. Nous le remercions des expressions obligeantes qu'il a eues à l'égard de l'*Annuario Astronomico dell'Osservatorio di Pino.*

Prof. Sante Ferrari. — *Intorno ai libri astronomici di Pietro d'Abano.*

La publication toute récente de M. Duhem sur l'astronomie ancienne a reçu un chaleureux accueil de la part des savants du monde entier. Il n'est pas étonnant que dans un ouvrage d'une pareille envergure il se soit glissé des inexactitudes. M. Ferrari revendique dans une brochure sa priorité dans les recherches qui touchent l'œuvre astronomique de Pietro d'Abano.

Nous saisissons cette occasion pour relever la constante préoccupation de M. Duhem de montrer qu'il n'y a eu que les Français qui aient fait faire des progrès à l'astronomie dans le Moyen âge. Il va jusqu'à dire que lors de la réforme grégorienne du calendrier, les astronomes italiens, Lilius, etc., n'ont fait qu'utiliser, sans rien y ajouter, les travaux des astronomes français de deux siècles auparavant! On dirait que M. Duhem est resté étranger à tout ce qui s'est passé depuis cinquant'ans surtout en France, où l'on a rabattu considérablement de l'opinion que l'on avait sur l'indiscutible supériorité de la science française en tout temps et dans toutes les branches du savoir humain.

Prof. C. Alasia. — *Sui metodi di risoluzione del problema lunare.* (Annales des Academia polytechnica de Porto) Coimbre, 1915.

Il chiarissimo nostro Consocio ha pubblicata una bella sintesi dei lavori finora eseguiti per risolvere il problema lunare, che è il più refrattario della Meccanica celeste. Ispirandosi a Tésseraud ed a Brown l'A. ha passato in rivista i lavori di Newton

Clairaut, ecc., fino a Delaunay. Ci sembra che sarebbe stato pregio dell'opera l'aggiungervi i più recenti lavori di Newcomb e di Brown stesso.

È noto che nella Conferenza di Parigi del 1911 la *Connaissance des temps* assunse di dare le posizioni della Luna secondo la Teoria di Delaunay e le Tavole di Radau-Schulhof; mentre il *Nautical Almanac* assumeva di dare i luoghi lunari secondo la recentissima teoria di Brown. Finora la *Connaissance* ha assolto il suo còmpito; non così il *Nautical Almanac*. Forse si lavora ancora a ridurre in Tavole la Teoria di Brown.

NOTIZIE.

Il diametro angolare della luna. — In un interessante articolo apparso sul *Bulletin astronomique*, Gennaio 1917, Stanislao Chevalier, rende noti i risultati di sue misure fotografiche sul diametro e forma del disco lunare.

Egli ottenne dapprima fotografie complete del disco lunare e misurò su di esse tutti i diametri di grado in grado; la media di tutte queste misure eminentemente raggruppate, non può essere notevolmente diverso dal diametro medio del disco corrispondente alla librazione dell'epoca.

Durante l'eclisse totale del 15 settembre 1913 furono prese 25 fotografie e due furono le cose inattese osservate sulle lastre: la terminazione del segmento impressionato a sud della luna e lo splendore del bordo lunare relativamente alle parti più brillanti della superficie.

Eseguite le misure con grande precisione e ridotte in secondo d'arco furono corrette delle rifrazioni e dispersioni atmosferiche e di altri errori.

Accettando la media di 360 diametri come livello medio si fece per ciascun semidiametro la differenza col livello medio, e l'autore presenta in tavole queste differenze asserendo non esservi alcun dubbio sulla forma ellittica del disco, di cui l'asse maggiore sarebbe vicino all'asse polare.

Nuove fotografie furono prese durante l'eclisse lunare del 4 settembre 1914 e nuove misure furono prese su di esse.

Le conclusioni dell'accurato studio furono le seguenti:

1° Esistono sul contorno della luna oltre le asperità locali più o meno forti, dei luoghi piani e larghe vallate, di cui il livello è molto diverso dal livello medio.

2° Questi grandi cambiamenti di livello del contorno, senza essere indipendenti dalla librazione, si ritrovano con delle modificazioni di dettagli sul disco lunare fotografato sotto delle librazioni di cui la differenza sorpassa 5°.

3° I semidiametri della luna dedotti dalla distanza da un cratere centrale, di qualche punto, scelto ad occhio sul contorno, sono necessariamente di precisione incerta.

4° I diametri dedotti dalle occultazioni di stelle non danno il diametro medio, a meno che le occultazioni non siano molteplici e osservate su tutto il contorno.

5° Quanto al fenomeno osservato il 17 aprile 1912 dall'autore è diffi-

cile nell'assenza di un documento preciso e sicuro quale una buona fotografia ben sviluppata, di precisare in che cosa ha potuto consistere.

Senza alcun dubbio non ne è la causa lo schiacciamento del globo lunare che non è direttamente osservabile.

***

La morte di Oscar Backlund, direttore dell'Osservatorio di Poulkovo dal 1895, è stata vivamente sentita dagli astronomi del mondo intero.

Nato a Langlem, in Suède il 28 aprile 1846, fece i suoi studi matematici ed astronomici a Upsal e fu nel 1873 assistente di Hugo Gylven all'Osservatorio di Stockholm. - Fu poi assistente nell'Osservatorio di Dorpat nel 1874, poi a quello centrale di Poulkovo nel 1879 e non lasciò più il celebre osservatorio russo, che diresse per più di venti anni.

Sono specialmente importanti le sue ricerche sulla cometa Eucke, che gli valsero nel 1909 la medaglia d'oro della società reale astronomica di Londra. - Il celebre catalogo di Poulkovo pubblicato dal 1845 durante venti anni è testimone della precisione delle sue osservazioni e delle riduzioni. Gli si deve la creazione dell'Osservatorio di Odessa, Nicolaïeff e di Simeïs in Crimea e la condensazione dei loro lavori. - Grande era la sua influenza e la sua rinomanza; nel 1913 fu all'unanimità nominato presidente della commissione internazionale.

Grave è il lutto che egli lascia ma grande è l'opera sua scientifica.

APRILE 1917.

DIARIO DELL'OSSERVATORE

(Tempo medio civile dell'Europa centrale).

1. — *Nettuno* in conginnzione con la *Luna* a 11^h (Nettuno a 1° 15′N).
5. — *Mercurio* nel nodo acendente a 18^h.
10. — *Mercurio* al perielio a 8^h.
12. — *Nettuno* stazionario a 23^h.
14. — *Saturno* in qnadratura col *Sole* a 14^h.
16. — *Mercurio* in congiunzione con *Giove* a 20^h (Mercurio a 3° 0′N).
16. — *Urano* in conginnzione con la *Luna* a 24 (Urano a 4°11′S).
20. — *Mercurio* alla più grande latitndine eliocentrica N a 15^h.
20. — Il *Sole* entra nel segno del Toro a 17^h 8^m.
20. — *Marte* in conginnzione con la *Luna* a 23^h (Marte 6°5′S).
21. — *Venere* in conginnzione con la *Luna* a 17^h (Venere a 6° 14′S).
22. — *Giove* in congiunzione con la *Luna* a 17^h (Giove a 5°22′S).
22. — *Nettuno* in quadratnra col *Sole* a 21^h.
23. — *Mercurio* in conginnzione con la *Luna* a 5^h (Mercnrio a 1°16′S).
24. — *Mercurio* alla più grande elongazione a 20^h (a 20° 11′E).
26. — *Venere* in conginnzione snperiore col *Sole* a 10^h.
28. — *Saturno* in conginnzione con la *Luna* a 3^h (Satnrno 1°24′ N).
28. — *Nettuno* in conginnzione con la *Luna* a 19^h (1°32′N).

Fasi della Luna.

	7 Aprile	Luna Piena	a	14h49m
	15 »	Ultimo Quarto	a	21h 12m
	21 »	Luna Nuova	a	15h 1m
	29 »	Primo Quarto	a	6h 22m
Apogeo	2 »		a	8h
Perigeo	18 »		a	4h
Apogeo	30 »		a	3h

T. Comi.

MAGGIO 1917.

DIARIO DELL'OSSERVATORE

(Tempo medio civile dell'Europa centrale).

5. — *Mercurio* stazionario a 17h.
6. — *Venere* in congiunzione con *Giove* a 3h (Venere a 0°16′N).
9. — *Giove* in congiunzione col *Sole* a 12h.
13. — *Mercurio* in congiunzione con *Venere* a 19h (Mercurio a 0°24′N).
14. — *Mercurio* nel nodo discendente a 2h.
14. — *Urano* in congiunzione con la *Luna* a 7h (Urano a 4°29′S).
15. — *Urano* in quadratura col *Sole* a 2h.
16. — *Mercurio* in congiunzione inferiore col *Sole* a 21h.
19. — *Marte* in congiunzione con la *Luna* a 20h (Marte a 5°2′S).
20. — *Giove* in congiunzione con la *Luna* a 13h (Giove a 4°55′S).
20. — *Mercurio* in congiunzione con la *Luna* a 17h (Mercurio a 5°50′S).
21. — *Venere* nel nodo ascendente a 14h.
21. — *Venere* in congiunzione con la *Luna* a 16h (Venere a 2°56′S).
21. — Il *Sole* entra nel segno dei Gemelli a 16h5(m.
24. — *Mercurio* all'afelio a 8h.
24. — *Mercurio* in congiunzione con *Giove* a 23h (Mercurio a 2°7′S).
25. — *Saturno* in conginnzione con la *Luna* a 16h (Saturno a 1°49′N).
26. — *Nettuno* in congiunzione con la *Luna* a 4h (Nettuno 1°47′N).
29. — *Urano* stazionario a 3h.
29. — *Mercurio* stazionario a 13h.

Fasi della Luna.

	7 Maggio	Luna Piena	a	3h43m
	14 »	Ultimo Quarto	a	2h48m
	21 »	Luna Nuova	a	1h47m
	29 »	Primo Quarto	a	0h33m
Perigeo	13 »		a	20h
Apogeo	27 »		a	22h

T. Comi.

De Maria Giuseppe, *Gerente responsabile*.

Torino, 1917 — Tipografia San Giuseppe degli Artigianelli.

PROBLÈMES DE PROBABILITÉS

NOTE DE M. JEAN BOCCARDI.

(Suite, V. Num. 3-4).

9. — On voit que *lorsqu'il s'agit d'objets enfermés* dans des urnes closes, il faut toujours avoir égard d'abord à la probabilité de mettre la main dans telle urne, ensuite à la probabilité d'amener tel objet, de faire tel coup. Mais s'il s'agit d'objets disposés n'importe comment, par exemple sur deux ou trois rangs, et qu'ils soient enveloppés par quelque chose qui ne permette pas de les distinguer, ce serait un erreur d'avoir égard à la probabilité de mettre la main à tel rang ou à tel autre.

Supposons que l'on ait dix petits paquets contenant du sucre et deux contenant du café, et que l'on dispose les dix premiers sur une ligne et les deux autres sur une autre ligne. La probabilité de prendre du sucre n'est pas $\frac{1}{2}$ (comme il arriverait si les paquets étaient contenus dans deux urnes (l'une pour le sucre, l'autre pour le café), mais bien

$$\frac{10}{12}=\frac{5}{6}.$$

Et la probabilité de tirer du café est

$$\frac{2}{12}=\frac{1}{6}.$$

Voila aussi pourquoi la solution donnée par M. Poincaré de la 1re question dans le problème des trois coffrets est juste. Il ne sert de dire que les pièces d'or et d'argent sont enfermées chacune dans un tiroir et que les tiroirs sont disposés 2 à 2 dans trois coffrets. Poincaré demande; j'ouvre au hasard un tiroir, quelle est la probabilité d'amener or? Ici les coffrets entrent pour rien. On a devant soi trois tiroirs avec or et trois avec argent. La probabilité d'amener or est simplement $\frac{1}{2}$.

10. — Pour montrer le rôle que peut jouer le théorème de Bayes dans des problèmes de ce genre, j'ajoute aux problèmes proposés ici et dans d'autres de mes Notes la question suivante.

Problème. — *On a deux urnes, dont la* 1[re] *contient 8 boules noires et 2 blanches; la* 2[e], *8 blanches et 2 noires. On extrait deux fois de suite de la même urne une boule sans l'y remettre et l'on obtient deux fois de suite* **boule noire.** *Quelle est la probabilité qu'en faisant une troisième extraction de la même urne, sans y avoir remis les deux boules extraites, il sortira* **boule blanche?**

Solution

a) On pourrait dire: l'arrangement *noire, noire, blanche* peut se produire soit en mettant la main dans la 1[re] urne soit dans la 2[e]. Comme il n'y a rien qui permette de distinguer l'une de l'autre, il faut mettre toujours le facteur $\frac{1}{2}$; c'est la probabilité de mettre la main dans l'une des deux urnes. La probabilité d'obtenir cet arrangement avec la 1[re] urne est

$$\frac{1}{2}\times\frac{8}{10}\times\frac{7}{9}\times\frac{2}{8}=\frac{7}{90};$$

pour la 2[e] urne on a

$$\frac{1}{2}\times\frac{2}{10}\times\frac{1}{9}\times\frac{8}{8}=\frac{1}{90}.$$

Probabilité totale

$$\frac{7+1}{90}=\frac{4}{45}, \text{ moins de } \frac{1}{10}.$$

Cette solution est fausse. Elle donne la probabilité *a priori* d'obtenir l'arrangement *noire, noire, blanche,* soit avec l'une des urnes soit avec l'autre; probabilité qui est très faible. C'est comme si dans le problème des trois coffrets proposé par Bertrand et Poincaré l'on demandait la probabilité *a priori* d'amener deux fois or en ouvrant les deux tiroirs de l'un des trois coffrets. En donnant à la solution la forme de probabilité totale on aurait

$$\frac{1}{3}\times 1\times 1+\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 0+\frac{1}{3}\times 0\times 0=\frac{1}{3}.$$

Ce qui était à prévoir; puisqu'il n'y a qu'un coffret sur les trois qui contienne or dans les deux tiroirs, la probabilité *a priori* d'amener or deux fois de suite est bien la probabilité de mettre la main à ce coffret-là; qui est égale à $\frac{1}{3}$.

b) Voici maintenant la solution exacte, au moyen du théorème de Bayes. Probabilité *a priori* d'extraire boule noire deux fois de suite de la 1re urne

$$\frac{8}{10} \times \frac{7}{9} = \frac{56}{90};$$

probabilité analogue pour la 2e

$$\frac{2}{10} \times \frac{1}{9} = \frac{2}{90}.$$

Somme de ces deux probabilités $\frac{58}{90}$.

Probabilité *a posteriori* que les deux boules noires proviennent de la 1re urne

$$\frac{56}{58} = \frac{28}{29};$$

idem qu'elles proviennent de la 2e

$$\frac{2}{58} = \frac{1}{29}.$$

On constate bien que la somme de ces deux probabilités contraires est égale à 1. Maintenant, si les deux boules proviennent de la 1re urne, il y a une probabilité *a priori* égale à $\frac{2}{8}$ d'extraire une noire au 3e coup;

donc

$$\frac{28}{29} \times \frac{2}{8} = \frac{7}{29}.$$

Si au contraire les deux boules noires proviennent de la 2e urne, la probabilité de prendre une blanche à la 3e extraction est la certitude, puisque après que l'on a extrait deux boules noires de la 2e urne, il n'y reste que des blanches; donc

$$\frac{1}{29} \times 1 = \frac{1}{29}.$$

Probabilité totale *a priori* d'obtenir blanche en procédant à la 3e extraction, toujours dans l'urne à laquelle on a mis la main

$$\frac{7}{29}+\frac{1}{29}=\frac{8}{29}, \text{ c'est plus que } \frac{1}{4}.$$

On voit que cette probabilité est beaucoup plus grande que celle obtenue avec la solution fausse, qui se rapportait à l'arrangement noire, noire, blanche. Quand on a obtenu deux fois de suite boule noire, il est très probable d'avoir mis la main à la 1re urne, et la probabilité *a priori* de tirer une boule blanche à la 3e extraction est presque égale à la probabilité de tirer une blanche de la 1re urne, *après en avoir extrait deux noires.*

Je rapporte ci après la solution du problème de M. Borel, que m'a envoyée, M. le *Docteur Bonferroni*. Je ne puis partager son avis (N. 4). S'il était préférable de remonter toujours aux principes fondamentaux et aux définitions, il serait presque inutile de développer les sciences, car dans tout problème à force de remonter, on pourrait arriver au principe fondamental de la science qui s'y rapporte. Les principes dérivés, les théorèmes, sont donnés pour qu'on les applique au fur et mesure. D'ailleurs le dernier problème que je viens de traiter (N. 10) montre qu'il est bien facile d'appliquer le théorème de Bayes, qui s'introduit tout naturellement dès qu'un évènement a eu lieu.

A proposito di alcune soluzioni
per problemi di probabilità.

Problema α: ***Un tale getta un soldo e vincerà se farà subito testa (t) oppure*** [avendo fatto subito croce (*c*)] ***se farà 2*** t ***su 3 colpi. Si chiede la sua probabilità di vincere.*** Il Borel trova $^3/_4$, ed il suo ragionamento, nel quale non manca uno spunto polemico, è noto. Io trovo invece $^5/_8$, cioè di meno.

Stabilirò questo risultato in due modi diversi.

1° Il giuocatore può vincere in due modi distinti: o facendo subito *t* (avvenimento A) oppure facendo ordinatamente *c t t* (avvenimento B). L'avvenimento A ha probabilità $^1/_2$, l'avvenimento B (costituito dal succedersi di 3 altri avvenimenti) ha probabilità $^1/_2\,^1/_2\,^1/_2 = {}^1/_8$ (come il teorema della probabilità composta insegna). Poichè gli avvenimenti A e B si escludono, la probabilità che si verifichi l'uno o l'altro (teorema della probabilità totale) sarà $^1/_2 + {}^1/_8 = {}^5/_8$.

Il Borel, secondo me, dimentica che il fare *t t* nei due ultimi colpi è subordinato all'aver fatto *c* nel 1°, e quindi erra nel calcolare a $^1/_4$ la probabilità di B.

2° Questo secondo ragionamento è forse più limpido, perchè risale direttamente alla definizione di probabilità.

Il giuocatore può usare tre soldi, S_1 S_2 S_3, anzichè un soldo solo, gettando anzitutto S_1 poi S_2 ed S_3, e andando poscia a guardare S_1. Se S_1 presenta *t* egli avrà vinto (e non si curerà più di S_2 e S_3). Se invece S_1 mostrerà *c*, egli correrà ad esaminare S_2 e S_3 e avrà vinto se entrambi presenteranno *t*. Il giuoco, così modificato nella forma, rimane in sostanza tale e quale, perchè, usando una frase felice del Bertrand, il soldo non ha nè coscienza nè memoria. Senonchè, posta la cosa sotto questa forma, riesce evidente che i casi possibili per S_1 S_2 S_3 sono le disposizioni ternarie con ripetizione di 2 oggetti (*t* e *c*), in numero di $2^3 = 8$. Tra queste sono favorevoli quelle aventi *t* al 1° posto — e sono 4 — e quelle che avendo *c* al primo posto hanno 2 *t* negli altri — e di queste ve n'è una sola. In tutto sono dunque 5, onde $^5/_8$ come probabilità. Volendo fare una tabella degli 8 casi possibili si ha:

	1	2	3	4	5	6	7	8
S_1	*t*	*t*	*t*	*t*	*c*	*c*	*c*	*c*
S_2	*t*	*t*	*c*	*c*	*t*	*t*	*c*	*c*
S_3	*t*	*c*	*t*	*c*	*t*	*c*	*t*	*c*

Sono favorevoli i primi 5 casi.

3° Da ultimo, ecco un caso in cui il ragionamento del Borel conduce a risultato manifestamente assurdo.

Problema β: *Vinca un tale se fa* t *subito oppure al 2° colpo*. L'avvenimento A — far subito *t* — ha probabilità $^1/_2$. L'avvenimento B secondo il Borel avrebbe probabilità ancora $^1/_2$, onde l'avvenimento « A o B », cioè la vincita, avrebbe probabilità 1, cioè si avrebbe la certezza di vincere; assurdo, perchè il giuocatore potrebbe fare *c* due volte di seguito. Invece, a mio parere, l'avvenimento B consta del succedersi di due avvenimenti *c* e *t*, onde ha probabilità $^1/_2 \cdot {}^1/_2 = {}^1/_4$.

La probabilità totale, cercata, è così $^1/_2 + {}^1/_4 = {}^3/_4$.

È certo che in questo caso il Borel, messo sull'avviso dal risultato paradossale, avrebbe raddrizzato il suo ragionamento!

4° Riprenderò per un momento in esame il problema derivato degli scrigni, proposto dal prof. Boccardi (*Questioni di probabilità*, Atti della R. Accademia delle Scienze, Torino, 1916), per darne un'altra soluzione, avente l'unico vantaggio di ricorrere soltanto alla definizione di probabilità, e di non abbisognare quindi del teorema di Bayes, tanto più che l'applicazione di esso teorema riesce piuttosto laboriosa.

Sieno dunque A B C i tre scrigni; a_1 a_2 a_3, b_1 b_2 b_3, c_1 c_2 c_3 rispettivamente i loro cassetti, e sieno a_1 a_2 a_3, b_1 b_2, c_1 i cassetti con oro, avendo gli altri argento. Essendosi aperto un cassetto con oro, si chiede la probabilità, tirando un altro cassetto dello stesso scrigno, di riestrarre oro.

Intanto l'aver estratto oro vuol dire avere aperto uno dei cassetti a_1 a_2 a_3, b_1 b_2, c_1. Quanti sono ora i casi possibili? Ognuno dei precedenti cassetti dà luogo a due possibilità, in quanto che si potrà ora tirare l'uno o l'altro dei rimanenti due cassetti dello stesso scrigno. Onde 12 casi possibili.

Quanti sono invece i favorevoli?

Ognuno dei cassetti a_1 a_2 a_3 porta a due casi favorevoli; in tal modo se ne hanno 6. Ognuno dei cassetti b_1 b_2 porta ad 1 solo caso favorevole: in tal modo si hanno due casi favorevoli. Il cassetto c_1 non porta a casi favorevoli. In conclusione si hanno 8 casi favorevoli all'ulteriore estrazione d'oro.

La probabilità cercata è dunque $^8/_{12} = {}^2/_3$.

5° Si può anzi generalizzare subito il problema, supponendo di avere parecchi scrigni S_i, ognuno con m_i cassetti, dei quali ω_i contenenti oro e gli altri argento.

Sulle orme del precedente ragionamento, si vede che i cassetti aventi oro sono $\Sigma\,\omega_i$, e poichè ciascuno degli ω_i porta a $m_i - 1$ casi possibili di cui $\omega_i - 1$ favorevoli alla ulteriore estrazione d'oro e $m_i - \omega_i$ alla estrazione d'argento, così la probabilità di riestrarre oro sarà

$$\frac{\Sigma\,(\omega_i - 1)\,\omega_i}{\Sigma\,(m_i - 1)\,\omega_i}$$

e quella di estrarne argento sarà invece

$$\frac{\Sigma\,(m_i - \omega_i)\,\omega_i}{\Sigma\,(m_i - 1)\,\omega_i}$$

che è appunto il complemento all'unità della precedente.

Torino, Dicembre 1916.

D. Carlo E. Bonferroni.

Quesiti.

Abbonato dell'ultima ora, vorrei profittare del vantaggio offertomi di presentare qualche quesito. Domando dunque

I.

Come si può dimostrare che gli antichi, ammettendo che il Sole girava con moto uniforme su di un cerchio, del quale la Terra occupava un punto interno lontano dal centro, dovevano trovare per l'*eccentricità* un valore doppio del nostro?

II.

La durata del *giorno medio* è assolutamente costante?

III.

Che cosa pensa la rivista *Saggi* della parte dell'*Annuario scientifico italiano* concernente l'Astronomia?

IV.

Leggo nel numero di marzo-aprile che il D. V. Cerulli ha fatto delle critiche ad una nota del D.r Roggero e poichè non trovo quel nome fra il personale degli Osservatori italiani domando: Il D. Cerulli è italiano? Qual è la sua opera scientifica, quali i lavori da lui iniziati e condotti a termine? In che consiste la così detta *teoria ottica?*

G. L.

Preghiamo i lettori competenti di dare risposta a questi quesiti.

M. LUIZET - Instructions pour les observations d'étoiles variables et leurs reductions.

(Continuazione e fine, Vedi pag. 179 - Anno VI).

TABLE II. — Fractions décimales de jour.

		0^m	1^m	2^m	3^m	4^m	5^m	6^m	7^m	8^m	9^m
0^h	0^m	000	001	001	002	003	003	004	005	006	006
	10	007	008	008	009	010	010	011	012	012	013
	20	014	015	015	016	017	017	018	019	019	020
	30	021	022	022	023	024	024	025	026	026	027
	40	028	028	029	030	031	031	032	033	033	034
	50	035	035	036	037	037	038	039	040	040	041
1^h	0	042	042	043	044	044	045	046	047	047	048
	10	049	049	050	051	051	052	053	053	054	055
	20	056	056	057	058	058	059	060	060	061	062
	30	062	063	064	065	065	066	067	067	068	069
	40	069	070	071	072	072	073	074	074	075	076
	50	076	077	078	078	079	080	081	081	082	083
2^h	0	083	084	085	085	086	087	087	088	089	090
	10	090	091	092	092	093	094	094	095	096	097
	20	097	098	099	099	100	101	101	102	103	103
	30	104	105	106	106	107	108	108	109	110	110
	40	111	112	112	113	114	115	115	116	117	117
	50	118	119	119	120	121	122	122	123	124	124
3^h	0	125	126	126	127	128	128	129	130	131	131
	10	132	133	133	134	135	135	136	137	137	138
	20	139	140	140	141	142	142	143	144	144	145
	30	146	147	147	148	149	149	150	151	151	152
	40	153	153	154	155	156	156	157	158	158	159
	50	160	160	161	162	162	163	164	165	165	166
4^h	0	167	167	168	169	169	170	171	172	172	173
	10	174	174	175	176	176	177	178	178	179	180
	20	181	181	182	183	183	184	185	185	186	187
	30	187	188	189	190	190	191	192	192	193	194
	40	194	195	196	197	197	198	199	199	200	201
	50	201	202	203	203	204	205	206	206	207	208
5^h	0	208	209	210	210	211	212	212	213	214	215
	10	215	216	217	217	218	219	219	220	221	222
	20	222	223	224	224	225	226	226	227	228	228
	30	229	230	231	231	232	233	233	234	235	235
	40	236	237	237	238	239	240	240	241	242	242
	50	243	244	244	245	246	247	247	248	249	249
		0^m	1^m	2^m	3^m	4^m	5^m	6^m	7^m	8^m	9^m

TABLE II (*suite*). — Fractions décimales de jour.

		0^m	1^m	2^m	3^m	4^m	5^m	6^m	7^m	8^m	9^m
6^h	0^m	250	251	251	252	253	253	254	255	256	256
	10	257	258	258	259	260	260	261	262	262	263
	20	264	265	265	266	267	267	268	269	269	270
	30	271	272	272	273	274	274	275	276	276	277
	40	278	278	279	280	281	281	282	283	283	284
	50	285	285	286	287	287	288	289	290	290	291
7^h	0	292	292	293	294	294	295	296	297	297	298
	10	299	299	300	301	301	302	303	303	304	305
	20	306	306	307	308	308	309	310	310	311	312
	30	312	313	314	315	315	316	317	317	318	319
	40	319	320	321	322	322	323	324	324	325	326
	50	326	327	328	328	329	330	331	331	332	333
8^h	0	333	334	335	335	336	337	337	338	339	340
	10	340	341	342	342	343	344	344	345	346	347
	20	347	348	349	349	350	351	351	352	353	353
	30	354	355	356	356	357	358	358	359	360	360
	40	361	362	362	363	364	365	365	366	367	367
	50	368	369	369	370	371	372	372	373	374	374
9^h	0	375	376	376	377	378	378	379	380	381	381
	10	382	383	383	384	385	385	386	387	387	388
	20	389	390	390	391	392	392	393	394	394	395
	30	396	397	397	398	399	399	400	401	401	402
	40	403	403	404	405	406	406	407	408	408	409
	50	410	410	411	412	412	413	414	415	415	416
10^h	0	417	417	418	419	419	420	421	422	422	423
	10	424	424	425	426	426	427	428	428	429	430
	20	431	431	432	433	433	434	435	435	436	437
	30	437	438	439	440	440	441	442	442	443	444
	40	444	445	446	447	447	448	449	449	450	451
	50	451	452	453	453	454	455	456	456	457	458
11^h	0	458	459	460	460	461	462	462	463	464	465
	10	465	466	467	467	468	469	469	470	471	472
	20	472	473	474	474	475	476	476	477	478	478
	30	479	480	481	481	482	483	483	484	485	485
	40	486	487	487	488	489	490	490	491	492	492
	50	493	494	494	495	496	497	497	498	499	499
		0^m	1^m	2^m	3^m	4^m	5^m	6^m	7^m	8^m	9^m

Etoiles variables observables à l'œil nu et à la jumelle.

Dénomination			Position pour 1925		M	m	Classe	Période
Ch. André		Argelander	α	δ				
			h m s	° '	m	m		
V. 21	Andromède. .	SU	0 0.45	+ 43.8	7.9	8.5	II	Irrégulière?
V. 20	Cassiopée. . .	ST	13.34	+ 49.52	8.1	8.6	II	Irrégulière?
V. 29	—	TV	15.15	+ 58.43	7.4	8.3	V(a)	1j,8126
V. 3	Baleine	T	17.59	− 20.29	5.4	6.9	III	162j,2
V. 28	Cassiopée. . .	TU	22.16	+ 50.52	7.3	8.4	IV	2j,139
α	—	α	36.15	+ 56.8	2.1	2.6	II	Irrégulière
V. 9	Sculpteur . . .	Z	37.14	- 34.16	6.3	7.6	II	Inconnue
V. 16	Céphée	RX	43.56	+ 81.34	7.4	7.9	III	130
V. 13	Cassiopée. . .	RU	1. 6.46	+ 64.37	5.2	6.6	V(a)	?
V. 9	Poissons . . .	Z	11.59	+ 25.23	7.4	8.1	II	Inconnue
α	Pte Ourse. . .	α	35.56	+ 88.55	2.3	2.4	IV	3,9681
V. 21	Persée	SU	2.16.51	+56.16	6.8	7.9	II	Inconnue
V. 18	Cassiopée. . .	RZ	42.10	+ 69.19	6.4	7.7	V(a)	1,19525
V. 9	Eridan	Z	44.20	- 12.46	6.4	7.7	II	Inconnue
V. 21	Cassiopée. . .	SU	45.17	+ 68.34	5.9	6.3	IV	1,9498
V. 10	Eridan	RR	48.35	− 8.34	7.2	8.1	II	Inconnue
ρ	Persée	ρ	3. 0.22	+ 38.33	3.3	4.1	II	Inconnue
β	Persée	β	3.17	+ 40.40	2.3	3.5	V(a)	2,8673102
V. 7	Taureau . . .	X	49.11	+ 7.33	6.6	8.1	II	Irrégulière
V. 7	Persée	X	50.42	+ 30.50	6.2	6.9	III	367j
λ	Taureau . . .	λ	56.31	+ 12.17	3.8	4.2	V(a)	3,952941
V. 26	—	SZ	4.32.53	+ 18.24	7.2	7.7	IV	3,1484
V. 1	Dorade	R	36. 8	− 62.11	4.8	7.0	III	345j
V. 20	Girafe.	ST	43.27	+ 68.2	7.0	8.3	II	Inconnue
V. 16	Cocher	RX	56.12	+ 39.51	7.2	8.1	IV	11,6263
ε	—	ε	56.36	+ 43.43	3.3	4.1	V(a)	9905
V. 6	Orion	W	5. 1.32	+ 1.5	5.9	7.7	II	Irrégulière?
V. 37	Cocher	UX	10.12	+ 49.27	8.1	8.7	III	102,7
V. 40	Orion	VV	29.43	− 1.12	5.2	5.6	V(a)	2,9708
α	—	α	51. 7	+ 7.23	0.5	1.1	II	Irrégulière
β	Cocher	β	54. 1	+ 44.56	2.3	2.4	V(a)	1,9800385
V. 2	Lièvre.	S	6. 3.30	, 24.11	6.5	8.0	II	Irrégulière
V. 28	Gémeaux . . .	TU	6 13	+ 26.2	7.4	8.3	II	Inconnue
V. 29	Gémeaux . . .	TV	7.21	+ 21.53	7.0	7.8	II	Inconnue
η	Gémeaux . . .	η	10.22	+ 22.32	3.3	4 2	III	232,477
V. 11	Orion	RS	17.56	+ 14.43	8.2	8.9	IV	7,5665
V. 3	Licorne	T	21.10	+ 7.8	6.0	6.8	IV	27,0122
V. 12	Cocher	RT	23.45	+ 30.33	5.0	5.9	IV	3,7282
V. 28	—	TU	30. 5	+ 45.41	7.7	8.6	II	Inconnue
V. 6	Gémeaux . . .	W	30.40	+ 15.24	6.4	7.7	IV	7,91603
V. 34	Cocher	UU	31.24	+ 38.31	6.2	6.7	II	Inconnue
V. 7	Licorne	X	53.37	− 8.58	7.0	8.8	II	Irrégulière
V. 14	—	RV	54.20	+ 6.16	7.0	8.2	II	Irrégulière
ζ	Gémeaux . . .	ζ	59.39	+ 20.41	3.7	4.1	IV	10,15382
V. 30	—	TW	7. 2.47	+ 22.38	7.7	8.2	II	Inconnue
L_2	Poupe.	L_2	11.50	- 44.33	3.3	6.3	III	140,2
V. 1	G. chien . . .	R	16. 4	− 16.15	5.8	6.4	V(a)	1,1359514
V. 8	Lynx	Y	22.45	+ 46.9	7.8	8.4	II	Inconnue
V. 4	Licorne	U	27.13	− 9.37	5.4	7.2	II	Irrégulière
V. 5	Poupe.	V	56.40	— 49.6	4.1	4.8	V(a)	1j,454,477
V. 11	—	RS	8.10.57	— 34.25	7.0	8.5	IV	41,313

Dénomination		Position pour 1925		M	m	Classe	Période
Ch. André	Argelander	α	δ				
		h m s	° '	m	m		
V. 5 Carène	V	8.27.37	— 59.56	7.4	8.1	IV	6 ,6951
V. 7 —	X	30. 6	— 59. 2	7.9	8.7	V (a)	0,541318
V. 18 Voiles.	RZ	35. 8	— 43.55	7.5	8.6	IV	Courte (?)
V. 3 —	T	35.54	— 47.10	7.7	8.5	IV	4,6392
V. 11 Girafe	RS	40.26	+ 79.14	8.2	8.8	II	Inconnue
V. 7 Ecrevisse . . .	X	51.10	+ 17.31	6.1	7.5	III	181j
V. 12 —	RT	54.13	+ 11. 8	7.3	8.6	II	Inconnue
V. 11	RS	9. 6. 7	+ 31.17	5.4	6.6	II	Inconnue
V. 5 Voiles	V	20.36	— 55.44	7.5	8.2	IV	4,3709
N —	N	29.33	— 56.47	3.4	4.2	II	Inc.
V. 2 Mach. pneum.	S	29.54	28.23	6.3	7.3	IV	0,32416936
V. 4 Voiles	U	31. 8	— 45.16	8.1	8.5	II	Irrég.
V. 6 Gde Ourse . . .	W	38.30	+ 56.18	7.9	8.5	IV	0,166820
l Carène	*l*	43.45	— 62.15	3.6	5.0	IV	35,523
V. 8 Hydre	Y	47.36	— 22.40	6.5	8.0	II	Irrég.
V. 1 Mach. pneum.	R	10. 7.23	— 37.27	7.2	< 8	II	Inc.
V. 4 Gde Ourse . . .	U	9.58	+ 60.22	6	6.5	II	Irrég.
V. 8 Carène	Y	31.7	— 58.13	8.1	8.6	IV	3,6401
V. 4 Hydre	V	33.51	— 13. 0	4.8	6.7	II	Irrég.
η Carène	η	42.55	— 59.23	—1	7.8	II	Irrég.
V. 3 —	T	53.5	— 60.14	6.2	7.0		Variable (?)
V. 4 —	U	55.33	— 59.26	6.8	8.0	IV	38,7397
V. 20 Gde Ourse . . .	ST	11.23.45	+ 45.36	6.7	7.8	IV	8,8 (?)
V. 9 —	Z	52.37	+ 58.17	6.8	8.7	II	Irrég.
V. 15 Vierge	RW	12. 3.23	— 6.21	6.8	7.7	II	Irrég.
V. 2 Mouche	S	9.47	— 69.51	6.4	7.3	IV	9,657
V. 17 Gde Ourse . . .	RY	16.52	+ 61.42	7.2	8.3	III	315
V. 3 Croix	T	18.20	— 61.59	6.8	7.6	IV	6,7322
V. 1 —	R	20.34	— 61.19	6.8	7.9	IV	5,82485
V. 2 Centaure . . .	S	21.36	— 49. 8	6	< 7	II	Inc.
V. 1 Mouche	R	38.41	— 69. 6	6.7	7.6	IV	0,88247
V. 8 Ch. de chasse	Y	41.36	+ 45.51	4.8	6.0	II	Inc.
V. 2 Croix	S	51. 5	— 58. 8	6.5	7.6	IV	4,68989
V. 17 Dragon	RY	53.29	+ 66.24	6.1	7.1	II	Irrég.
V. 38 Centaure . . .	UY	13.13.20	— 44.25	7.1	8.1	II	Inc.
V. 5 Ch. de chasse	V	16.12	+ 45.55	7.5	8.0	II	Inc.
V. 19 Hydre	SS	26.23	— 23.15	7.4	8.1	IV	8,20
V. 2 Caméléon . .	S	28.29	— 77.17	7.0	8.0	II	Inc.
V. 49 Centaure . . .	XX	36.41	— 57.20	7.6	8.7	II	Inc.
V. 5 Pte Ourse . . .	V	37.21	+ 74.42	7.5	8.7	IV	71j
V. 6 Hydre	W	45.55	— 28. 6	6.6	8	III	384j
θ Océan indien	θ	59.51	— 76.32	5.5	6.6	II	Inc.
V. 10 Centaure . . .	RR	14.13. 4	— 57.36	7.4	7.8	IV	0j,302,841
V. 8 Bouvier	Y	18.31	+ 20. 9	7.8	8.1		Variable (?)
V. 16 Bouvier	RX	20.49	+ 26. 3	7(?	8.4	III	Longue (?)
V. 5 Centaure . . .	V	28.35	— 56.39	6.4	7.8	IV	5,49394
V. 14 Bouvier	RV	36. 7	+ 32.51	7.6	8.6	III	200 (?)
V. 17 —	RY	46.20	+ 23.21	7.1	7.4	IV	9,0 (?)
V. 1 Oiseau indien	R	51.31	— 76.27	5.0	6.2	II	Inc.
δ Balance	δ	56.58	— 8.13	5.0	5.9	V (a)	2,3273504
V. 1 Triangle Aust.	R	15.14.49	— 66.18	6.7	7.4	IV	3,38922
V. 10 Couronne . .	RR	38.42	+ 38.48	7.2	7.9	II	Irrég.
V. 20 Hercule	ST	48.32	+ 48.43	6.8	8.5	II	Irrég.
V. 2 Triangle aust.	S	56.13	— 63.38	6.4	7.4	IV	6,3231

Dénomination		Position pour 1925		*M*	*m*	Classe	Période
Ch. André	Argelander	α	δ				
		h m s	° '	m	m		
V. 7 Hercule	X	16. 0.24	+ 47.26	5 8	7.2	II	Irrég.
V. 4 Triangle aust.	U	2.23	− 62.46	7.7	8 4	IV	2,5683
V. 2 Equerre	S	14.18	− 57.46	6.4	7.6	IV	9,7525
g Hercule	*g*	26. 7	+ 42. 3	4.7	5 5	II	Inc.
V. 32 —	TY	32.41	+ 13.27	8.0	8 8	II	Inc
V. 31 Dragon	TX	33.57	+ 60.37	7.2	8.0	II	Inc.
V. 1 Autel	R	35. 9	− 56.53	6.8	7.9	V (a)	4,425091
V. 14 Scorpion . . .	RV	54.43	− 33.32	6 9	8.0	IV	6,0622
α Hercule	α	17.11.13	+ 14.29	3.1	3.9	II	Irrég.
V. 36 —	UW	11.47	+ 36.27	7.6	8.0	III	229 (?)
V. 4 Ophiuchus . .	U	12.44	+ 1.18	6.0	6.8	V (a)	1,6773476
U Hercule	U	14.33	+ 33.11	4.8	5 3	V (b)	2,05102
V. 30 Ophiuchus . .	TW	25.18	− 19.25	8.0	8.7	II	Inc.
V. 7 Sagittaire . . .	X	44. 6	− 27.49	4.4	5.0	IV	7,01188
V. 8 Ophiuchus . .	Y	48.37	− 6. 8	6.2	7.0	IV	17,1207
V. 31 Scorpion . . .	TX	51.36	− 34.14	7.5	8.2	IV	0,9424857
V. 9 Hercule	Z	54.44	+ 15. 9	7.1	8.3	V (a)	3,992775
V. 36 Dragon	UW	56. 2	+ 54.40	7.0	7.6	II	Inc.
V. 6 Sagittaire . . .	W	18. 1.30	− 29.35	4.3	5.1	IV	7,5946
o Hercule	*o*	4.37	+ 28.45	4.1	4.4	V (b)	?
V. 69 Sagittaire . . .	AP	9.42	− 23. 8	7.2	8 2	IV	?
V. 11 —	RS	13.58	− 34. 8	6.6	7.6	V (a)	2,415702
V. 8 —	Y	16.58	− 18.54	5.8	6.6	IV	5,7734
V. 18 Ecu	RZ	22 27	− 9.15	7.5	8.9	V (a)	15,194
d Serpent	*d*	23.23	+ 0. 9	4.9	5.6	V (a)	Algol (?)
V. 16 Hercule	RX	27.11	+ 12.34	7.1	7.7	V (a)	0,8892870
V. 4 Sagittaire . . .	U	27.29	− 19.11	7.0	8.0	IV	6,74467
V. 3 Lyre	T	29.45	+ 36 56	7 5	8 6	II	Inc.
V. 19 Ecu	SS	39.39	− 7.48	7 9	8.5	II	Irrég.
V. 1 —	R	43.30	− 5.47	4.5	9	II	Inc.
V. 51 Sagittaire . . .	YZ	45. 9	− 16.49	7 2	7.7	IV	9,553
V. 2 Ecu	S	46.16	− 7.59	6.4	7.3	IV	23
V. 80 Sagittaire . . .	BB	46.33	− 20.23	7.6	8.6	IV	?
β Lyre	β	47.19	+ 33.17	3.4	4.1	V (b)	12,908006
V. 37 Sagittaire . . .	UX	50.44	− 16.37	7.6	8.0	II	Inc.
κ Paon	κ	51.18	− 67.18	3.8	5 2	IV	9,09155
V. 1 Lyre	R	53. 2	+ 43.51	4.2	5.1	II	Irrég. (?)
V. 5 Aigle	V	19. 0.24	− 5.47	6.7	8.2	II	Irrég.
V. 27 —	TT	4.26	+ 1.11	7.3	7.9	IV	13,753
V. 26 Dragon	SZ	9.47	+ 65.59	8 2	8.6	II	Inc.
V. 11 Pt Renard . .	RS	14.29	+ 22.19	7.4	8.1	V (a)	4,47750
V. 9 —	Z	18.33	+ 25.26	7.3	8.8	V (b)	2,45492
V. 10 Lyre	RR	23. 5	+ 42.39	6.8	7.7	IV	0,566826
V. 4 Aigle	U	25.19	− 7.12	6.2	6.9	IV	7,02387
V. 76 Cygne	AW	26.33	+ 45.53	8.0	8 6	II	Inc.
V. 60 —	AF	27.58	+ 45.59	6.9	8.0	III	99
V. 4 Pt Renard . .	U	33.20	+ 20 10	6.9	7.6	IV	7,98950
V. 27 Cygne	TT	38. 5	+ 32 27	7.3	8 4	III	400 (?)
V. 21 —	SU	41.48	+ 29. 5	6.7	7.3	IV	3,845612
η Aigle	η	48 39	+ 0.49	3 7	4 3	IV	7,176382
V. 2 Flèche	S	52.37	+ 16.26	5.4	6.1	IV	8,381613
V 77 Cygne	AX	54.48	+ 44. 4	7 4	7.9	II	Inc.
V. 3 Microscope . .	T	20.24.36	− 28.27	7.4	8.2	II	Inc.
V. 33 Aigle	TZ	26.22	− 5. 0	8.2	8.7	II	Inc.

Dénomination		Position pour 1925		M	m	Classe	Période
Ch. André	Argelander	α	δ				
		h m s	° '				
V. 7 Cygne	X	20.40.29	+ 35.19	6.2	7.4	IV	16,38543
V. 4 Dauphin . . .	U	42. 3	+ 17.49	6.4	7 5	II	Irrég.
V. 3 P^t Renard . .	T	48.17	+ 27.58	5.5	6 4	IV	4,435521
V. 8 Cygne	Y	49. 3	— 34.22	7.1	7.9	V (a)	2,996332
V. 8 Paon	Y	21·19.21	+ 69.58	5.7	8.5	II	Inc.
V. 6 Cygne	W	33.11	+ 45. 3	5.4	7.0	II	Irrég.
V. 56 —	AB	33 21	+ 31.46	7.7	8.9	III	482
μ Céphée	μ	41.12	+ 58 26	4 0	4.8	II	Irrég.
V. 16 Pégase	RX	52.54	+ 22.30	7 7	8.6	III	175
V. 30 –	TW	22 0.35	+ 27.59	7.0	7 7	IV	30
V. 15 Céphée	RW	20.19	+ 55.35	8.2	8 8	II	Irrég.
δ —	δ	26 23	+ 58. 2	3.6	4 3	IV	5,366386
V. 20 —	ST	27.20	+ 56.37	7.7	8.9	II	Inc.
V. 6 —	W	33.36	+ 58. 2	7.3	8.3(?)	IV	6,44
V. 7 Lézard	X	46. 0	+ 56. 2	8.2	8 6	IV	5,44269
V. 33 Andromède. .	TZ	23.47. 7	+ 47. 5	7.2	8.7	II	Inc.
ϱ Cassiopée . . .	ϱ	50 39	+ 57 5	4.4	5.1	II	Inc.
V. 5 Céphée	V	52.53	+ 82 46	6 2	7 0	III	362
V. 2 Phénix	S	56.15	– 56.53	7.4	8.2	II	Irrég.

La liste précédente contient 178 étoiles variables appartenant aux diverses classes, sauf à la première, celle des *Novae*. Quelques-unes sont observables à l'œil nu dans toute l'étendue de leurs variations; d'autres nécessitent l'emploi d'une jumelle ou d'une petite lunette.

Les positions données pour 1925 ne sont qu'approchées; cependant elles sont suffisemment précises pour que le calage et l'identification puissent être effectués sans ambiguité.

Dans la dernière colonne j'ai indiqué seulement la durée de période, lorsqu'elle est connue, et non pas les éléments. Cette durée de période est d'ailleurs suffisante pour grouper, si on le désire, toutes les observations dans une même période, et obtenir une courbe moyenne de lumière. Pour quelques étoiles la durée de période n'est pas constante, mais varie périodiquement; dans tous les cas la valeur donnée est celle de la période *moyenne*, en jours et fraction décimale de jour. Il en est de même dans la liste ci-dessous de 25 étoiles qui, au maximum, sont généralement observables à la jumelle, et parfois même à l'œil nu. Ces étoiles appartiennent toutes à la classe III, sauf l'étoile V. 1 Couronne = R, qui est *irrégulière*.

Etoiles observables au maximum d'éclat, soit à l'œil nu, soit à la jumelle.

Dénomination		Position pour 1925		M	m	Classe	Période
Ch. André	Argelander	α	δ				
		h m s	o '	m	m		j
V_1 Andromède . . .	R	0.20 6	+ 38. 9	5.6	14.0	III	410,64
o Baleine	o	2.15.33	– 3.19	2.0	9 6	III	331
V_1 Triangle	R	32.29	+ 33.56	5.2	12.0	III	265,4
V_1 Horloge	R	52. 3	- 50. 7	4 0	10 2	III	397,8
V_1 Lièvre	R	4 56 11	– 14 55	6.0	10.4	III	438,93
V_4 Orion	U	5 51.22	+ 20.10	5.8	12.1	III	373,9
V_1 Lion	R	9.43 31	+ 11.47	5 0	10.2	III	312,8
V_4 Carène	S	10. 7 37	61.17	5.8	9.3	III	148,72
V_1 G[de] Ourse	R	39 26	+ 69.10	5.9	13.1	III	299
V_1 Corbeau	R	12 15.44	– 18 50	5.9	12.5	III	318,5
V_3 G[de] Ourse	T	33. 1	+ 59.54	5.5	12.7	III	257,2
V_1 Hydre	R	13 25.37	– 22.54	3.5	10.1	III	415
V_3 Centaure	T	38 36	– 33 20	5.6	9.0	III	90,21
V_1 Centaure	R	14.12 35	59.40	5 3	13.	III	568,2
V_1 Bouvier	R	33.53	+ 27. 4	5.9	12.2	III	223,3
V_4 Couronne	S	15.18.20	+ 31 38	6 1	13.4	III	361,68
V_1 —	R	45 29	+ 28.23	5.8	<13.8	II	Irrégulière
V_1 Serpent	R	47.14	+ 15.21	5.8	<13 0	III	357,2
V_2 Hercule	S	16 48.29	+ 15. 4	5.9	13.1	III	307,5
V_1 Ophiuchus	R	17. 3 28	– 16. 0	6.0	13.6	III	302,20
V_1 Cygne	R	19.34.49	+ 50. 2	5.9	13.8	III	426,0
χ Cygne	χ	47.42	+ 32.44	4.2	13.2	III	404,9
V_3 Céphée	T	21. 8.30	+ 68.11	5.2	10.8	III	387
V_1 Verseau	R	23.39.57	– 15 42	6 0	10.8	III	387,3
V_1 Cassiopée	R	54.36	+ 50.58	4 8	13.2	III	431,66

NOTIZIE.

Nei mondi di Giove e di Urano. — Quando il sommo Galileo, volgendo il cannocchiale al gigante fra i pianeti del nostro sistema, Giove, scopriva il corteo dei suoi quattro satelliti, egli era certamente ben lungi dal prevedere che la famiglia di Giove si sarebbe col tempo accresciuta di ben cinque membri. Fatto sta che fino al 1892 non si conoscevano nel mondo di Giove che i quattro satelliti *galileiani*, quando il 9 settembre di detto anno l'astronomo Barnard, dell'Osservatorio del Monte Hamilton, scopriva il quinto satellite, più vicino a Giove degli altri quattro. La chiarezza di questo aveva fino allora impedito a strumenti più piccoli di far distinguere il minuscolo satellite vicinissimo al pianeta. Vennero in sèguito scoperti fotograficamente altri tre satelliti molto più lontani dagli altri cinque. L'ottavo presenta la singolarità di muoversi in senso contrario agli altri, cioè nel senso degli indici di un orologio. In altri termini, ha moto *retrogrado*. Finalmente il 21 luglio 1914 l'astronomo Nicholson, di Monte Hamilton, scopriva fotografi-

camente il nono satellite, il quale trovavasi allora presso a poco sulla stessa visuale dell'ottavo; così potè assodarsi che l'oggetto fotografato non era l'ottavo satellite.

Le prime osservazioni di questo nuovo membro della famiglia gioviana misero in luce il moto retrogrado di quest'ultimo venuto; ma soltanto le osservazioni fatte in tre opposizioni di Giove hanno permesso di accertarne i valori di alcuni elementi dell'orbita. Si sa adesso che il 9° satellite si trova ad una distanza media da Giove pari a 330 semidiametri del pianeta; che la inclinazione del piano dell'orbita è di 156° all'ecclitica; che la longitudine del Nodo eguaglia 310°. I piani delle orbite dell'8° e 9° satellite fanno un angolo di 10° fra loro. Il 9° satellite compie la sua rivoluzione in ben 745 giorni, cioè nello stesso tempo in cui il nostro satellite, la Luna, fa 28 rivoluzioni intorno alla Terra. Poichè il 9° satellite circola ad una distanza media da Giove che si eleva a ben 24 milioni di chilometri, si comprende come esso sia soggetto a notevoli perturbazioni da parte del Sole, tanto che la sua orbita si scosta notevolmente dalla ellisse. Anche l'eccentricità della sua orbita è grandissima, giungendo a 31 centesimo.

La grandezza ossia lo splendore del 9° satellite è alla media opposizione, eguale a 18,6: sicchè con probabili ipotesi sulla sua *albedine*, si argomenta che il suo diametro sia di appena 34 chilometri: per modo che questo ciottolo celeste non basterebbe a coprire Londra. Eppure questo corpuscolo venne scoperto a seicento milioni di chilometri da noi!

Osservazioni fotometriche del pianeta Urano hanno assodato che il suo splendore varia di 15 centesimi di grandezza in poco meno di 12 ore. Questi risultati si accordano con quelli spettroscopici, i quali dànno ad Urano una rotazione di 12 ore; sicchè le parti della superficie di questo pianeta non sono della stessa *albedine*.

GIUGNO 1917.

DIARIO DELL'OSSERVATORE

(Tempo medio civile dell'Europa centrale).

6. — ***Mercurio*** in conginnzione con ***Marte*** a 2h (3°51′S).
8. — ***Marte*** in conginnzione con ***Giove*** a 13h (Marte a 0°41′N).
9. — ***Mercurio*** in conginnzione con ***Giove*** a 2h (Mercnrio a 3°3′S).
10. — ***Urano*** in congiunzione con la ***Luna*** a 13h (Urano a 4°40′S).
12 — ***Mercurio*** alla più grande elongazione a 6h (Mercurio a 23°16′O).
13. — ***Mercurio*** alla più grande latitndine eliocentrica S a 17h.
17. — ***Giove*** in conginnzione con la ***Luna*** a 7h (Giove a 4°30′S).
17. — ***Marte*** in congiunzione con la ***Luna*** a 15h (Marte a 3°23′S).
17 — ***Mercurio*** in conginnzione con la ***Luna*** 19h (Mercnrio a 6°1′S).
20 — ***Venere*** in conginnzione con la ***Luna*** a 22h (Venere a 1°25′N).
22 — Il ***Sole*** entra nel segno del Cancro a 1h 6m — Principio dell'estate.
22 — ***Saturno*** in conginnzione con la ***Luna*** a 6h (Satnrno a 2°12′N).
22 — ***Nettuno*** in conginnzione con la ***Luna*** a 13h (Nettnno a 1°56′N).
23 — ***Marte*** nel nodo ascendente a 10h.
24 — ***Venere*** al perielio a 8h.

Fasi della Luna.

5 Giugno	Luna Piena	a	$14^h\ 7^m$
12 »	Ultimo Quarto	a	$7^h\ 38^m$
19 »	Luna Nuova	a	$14^h\ 2^m$
27 »	Primo Quarto	a	$17^h\ 8^m$
8 »	Luna perigea	a	21^h
24 »	Luna apogea	a	16^h

Eclisse parziale di Sole, 19 giugno 1917
(invisibile a Torino).

L'eclisse sarà visibile in prossimità delle terre boreali.

Fasi generali dell'Eclisse.

	Tempo medio civile dell'Europa centrale	Longitudine da Greenwich	Latitudini
Principio dell'eclisse generale	$12^h\ 35^m$, 9	119° 39′ W	52° 18′ B
Fase massima	$14^h\ 16^m$, 2	150° 17′ E	65° 35′ B
Fine dell'eclisse generale	$15^h\ 56^m$, 6	73° 29′ E	45° 15′ B

Grandezza dell'eclisse = 0,473 (diametro del Sole = 1,0)

LUGLIO 1917.

DIARIO DELL'OSSERVATORE
(Tempo medio civile dell'Europa centrale).

2. — *Mercurio* nel nodo ascendente a 17^h.
3. — Il *Sole* all'apogeo a 20^h.
5. — *Venere* in congiunzione con *Saturno* a 1^h (Venere a 1°4′N).
6. — *Venere* in congiunzione con *Nettuno* a 24^h (Venere a 1°43′N).
7. — *Mercurio* al perielio a 7^h.
7. — *Venere* in congiunzione con η 16^h (Stella a 0°5′N).
7. — *Urano* in congiunzione con la *Luna* a 19^h (Urano a 4°41′S).
12. — *Mercurio* in congiunzione Superiore col *Sole* a 18^h.
14. — *Giove* in congiunzione con la *Luna* a 21^h (Giove a 4°5′S).
16. — *Venere* alla più grande latitudine eliocentrica N a 2^h.
16. — *Marte* in congiunzione con la *Luna* a 10^h (Marte a 1°26′S).
17. — *Mercurio* alla più grande latitndine eliocentrica N a 14^h.
18. — *Mercurio* in congiunzione con *Saturno* a 22^h (1°25′N).
19. — *Mercurio* in conginnzione con *Nettuno* a 11^h (Mercurio a 2°3′N).
19. — *Saturno* in congiunzione con la *Luna* a 20^h (Saturno a 2°33′N).
19. — *Nettuno* in congiunzione con la *Luna* a 23^h (Nettuno a 2°1′N).
19. — *Mercurio* in conginnzione con la *Luna* a 24^h (Mercurio a 4°10′N).
21. — *Venere* in conginnzione con la *Luna* a 10^h (Venere a 5°23′N).
23. — Il *Sole* entra nel segno del Leone a $11^h\ 59^m$
27. — *Saturno* in congiunzione col *Sole* a 21^h
28. — *Nettuno* in congiunzione col *Sole* a 8^h
30. — *Saturno* in congiunzione con *Nettuno* a 14^h (Saturno a 0°39′N).

Fasi della Luna.

	4 Luglio	Luna Piena	a	22^h40^m
	11 »	Ultimo Qnarto	a	13^h12^m
	19 »	Lnna Nnova	a	$4^h\ 0^m$
	27 »	Primo Quarto	a	7^h40^m
Luna perigea	6 »		a	17^h
Luna apogea	22 »		a	6^h

Eclisse totale di Luna, 4 e 5 luglio 1917
(visibile in parte a Torino).

Il principio sarà generalmente visibile in Asia, eccettnata la parte nord-est, in Anstralia, in Africa, in Enropa, eccettuata la parte nord-ovest, e nel sud dell'Oceano Atlantico; la fine sarà generalmente visibile nell'Anstralia occidentale, nel snd-ovest dell'Asia, nell'Enropa, in Africa e nel sud dell'America.

Fasi dell'Eclisse.

	Tempo medio civile dell'Europa centrale
Ingresso nella penombra	19h 56m, 0
Ingresso nell'ombra	20h 52m, 2
Principio dell'eclisse totale	21h 50m, 5
Mezzo dell'eclisse	22h 38m, 9
Fine dell'eclisse totale	23h 27m, 3
Uscita dall'ombra	0h 25m, 6
Uscita dalla penombra	1h 21m, 8

Grandezza dell'Eclisse = 1,625 (diametro della Luna = 1,0).

	Immagine diretta
Angolo al polo per l'ingresso nell'ombra	87°
Angolo al polo per l'uscita dall'ombra	251°

Ai tempi delle fasi sopra riportate, la Luna sarà allo zenith nei seguenti luoghi

Longitudine da Greenwich	Latitudine
75°21′ E	23° 2′A
61°52′ E	22°56′A
47°53′ E	22°50′A
36°17′ E	22°45′A
24°41′ E	22°39′A
10°42′ E	22°32′A
2°46′ W	22°26′A

A Torino la Luna nasce alle 20h 11m (tempo medio civile dell'Enropa centrale).

Eclisse parziale di Sole, 19 luglio 1917
(invisibile a Torino).

L'eclisse sarà generalmente visibile su nna parte dell'Oceano Glaciale Antartico e dell'Oceano Indiano.

Fasi generali dell'Eclisse.

Fasi	Tempo medio civile dell'Enropa centrale	Longitudine	Latitudine
Principio dell'eclisse generale	2h 56m, 3	92°19′E	53°50′A
Fase massima dell'eclisse	3h 42m, 4	100°40′E	64°18′A
Fine dell'eclisse generale	4h 28m, 5	124°20′E	69 46′A

Grandezza del massimo dell'eclisse = 0,086 (diametro del Sole = 1,0).

T. Comi.

De Maria Giuseppe, *Gerente responsabile*.

Torino, 1917 – Tipografia San Giuseppe degli Artigianelli.

Perchè e come si arrotonda l'ultima cifra.

Nota di G. Boccardi [1]).

I. In alcune pubblicazioni venute in luce ultimamente, si afferma che i calcolatori insegnano a forzare l'ultima cifra senza indicarne la ragione, e che inoltre il calcolare con cifre forzate dà luogo a complicazioni, non conduce *mai* ad approssimazione maggiore di quella che si avrebbe col non forzare le cifre, mentre alcune volte dà approssimazione minore.

Poichè la prima affermazione non risponde a verità (perchè chi insegna a forzare l'ultima cifra ha cura di dirne la ragione) e le altre contrastano con la pratica seguita da secoli dai calcolatori di professione, stimo non inutile dettare qualche pagina su questo argomento ancorchè elementarissimo. Non ricorro a segni abbreviati, i quali, secondo la grandissima maggioranza dei matematici, introducono molte complicazioni non compensate da qualche piccolissima utilità.

Nel linguaggio ordinario, *cifra tonda* vuol dire un numero nel quale si è trascurato qualche cosa(in più o in meno) non d'importanza pel grado di precisione cui ci si ferma. Dunque non si arrotondano [2]) le sole cifre decimali. Se, per es., si tratta di una somma di danaro di 2 356 247 lire, se nell'indicare la cifra tonda si vuol fermarsi ai milioni, si dirà 2 000 000; se si vuol fermarsi alle centinaia di migliaia, si dirà 2 400 000; se alle diecine di migliaia, si dirà 2 360 000; se alle migliaia, 2 356 000; se alle centinaia, 2 356 200; se alle diecine, 2 356 250.

Premesso questo, *quando si aumenta di una unità la cifra significativa cui ci si ferma, ossia quando si forza quella cifra?*

---

1) Ribadisco che lo stato della mia vista non mi permette di occuparmi della pubblicazione di questa rivista, per la quale posso soltanto dettare a memoria qualche articolo, assumendo la responsabilità di tutto quello che porta la mia firma.

2) Si vede che chiamare *numeri arrotondati* soltanto quelli nei quali l'ultima cifra è stata *aumentata* non è esatto. Sarebbe preferibile chiamare numeri *incompleti* quelli nei quali si trascura qualche cosa, e numeri *forzati* quelli cui si è aggiunta una unità all'ultima cifra.

Se si tratta di calcolare logaritmi, bisogna forzare quando la cifra cui ci fermiamo è seguita da 5 o da un numero superiore a 5. La parte che segue può risultare di una sola cifra od anche di più. Se poi la parte che segue è inferiore a 5 non si può forzare.

Se poi si tratta di numeri, quando la parte che segue è eguale esattamente a 5, si è liberi di forzare o non. Se quel che segue supera 5, bisogna assolutamente forzare. Quello che abbiamo detto dei logaritmi va inteso pel caso che essi si calcolino con le note serie del Calcolo Infinitesimale; e la ragione ne è ovvia, perchè i termini successivi verrebbero ad aumentare il 5 dato dal termine cui ci si ferma. Ma fuori di questo caso la regola è che, quando la parte seguente è esattamente eguale a 5 si è in diritto di forzare o non. Che se trattasi di aggiungere più volte di seguito ad un numero qualsivoglia un altro seguito da 5, in quelle condizioni, per evitare accumulazione di errori, quest'ultimo numero una volta si prende forzato ed un'altra non. Questa regola, per evitare accumulazioni di errori va adoperata sempre che si aggiunge più volte un numero forzato ancorchè con 6, 7,....., però con quelle modifiche evidenti imposte dal caso. Per es. se l'ultima cifra del numero che si aggiunge 5 volte si è presa forzata perchè seguiva un 7, quel numero si prende 3 volte forzato e 2 volte no.

Quando poi si desume un logaritmo dalle Tabelle, e si trova che l'ultima cifra decimale è un 5, se in quel caso si vuole arrotondare, fermandosi ad una decimale di meno, non si sa se quel 5 è forzato o non [1]). Si hanno allora 4 probabilità contro 5 che quel 5 dell'ultima cifra sia stato forzato; e poichè trattasi di logaritmi, si avrebbe maggior probabilità di avvicinarsi al vero col forzare la cifra cui ci si ferma, cioè quella che precede il 5.

II. *Perchè si deve forzare quando la parte seguente è superiore a 5, fosse anche per un milionesimo?*

Perchè è meglio commettere un errore *in più* inferiore a 5. che un errore *in meno* superiore a 5. Regola generale, canone inconcusso (per chiunque s'intenda di calcoli) è che *bisogna avvicinarsi alla verità il più che sia possibile*, senza badare se la differenza dalla verità sia in più o in meno. Pei calcolatori *cifra esatta* è quella che più si avvicina al vero, avuto riguardo al grado di precisione cui si fermano.

1) Ammenocchè si voglia ricorrere ad una Tabella con maggior numero di decimali.

Prendiamo il valore di $\pi = 3{,}141\,592\,6$..... Se voglio darlo con 3 decimali, io scriverò 3, 142 e non 3, 141. Pei teorici la cifra dei millesimi è 1, pei calcolatori è 2. I teorici scriveranno 3,141....., i calcolatori 3, 142 - ; dove il segno *meno* [1] messo dopo il 2 sta ad indicare che quella cifra è forzata, ma che la parte che seguiva la cifra 1 (che si sarebbe dovuta mettere) è compresa fra 50 e 65 (escluso).

Se invece la parte seguente fosse superiore a 64, ossia andasse da 65 a 99, si sarebbe forzato senza aggiungere il piccolo segno *meno*. Per esempio, i calcolatori scriveranno con 4 decimali 3, 141 6.

Questo accorgimento è diretto ad evitare l'accumulazione degli errori. Se, per es., occorre *addizionare* due numeri entrambi forzati, si toglierà una unità alla cifra che verrebbe per ultima.

Similmente i buoni calcolatori scrivono un piccolo segno *più* dopo l'ultima cifra, quando la parte che segue è compresa fra 36 e 50. In tal modo se devono addizionarsi due numeri entrambi con l'ultima cifra seguita dal piccolo +, si aumenterebbe di una unità la cifra che verrebbe per ultima nell'addizione.

Se si tratta di *sottrazione*, il semplice buon senso detta le regolette seguenti:

Se entrambi i numeri hanno l'ultima cifra seguita da *meno* o da *più*, si fa la sottrazione senza badare a quei *segni*; se il minuendo ha + ed il sottraendo ha −, si aumenta di una unità la cifra che verrebbe in ultimo; se il minuendo ha − ed il sottraendo ha +, si diminuisce di una unità quell'ultima cifra.

Ecco esempi:

ADDIZIONE	35 +	35 +	35 −	35 −
	21 +	21 −	21 +	21 −
	57	56	56	55
SOTTRAZIONE	35 +	35 −	35 +	35 −
	21 +	21 −	21 −	21 +
	14	14	15	13

1) Non si dica che il segno — dopo un logaritmo può far credere che il numero cui esso corrisponde si prende negativamente; perchè quando si calcola con logaritmi questo si indica con una piccola lettera *n* messa in alto a destra della caratteristica. Per esempio *logsin* 190° = 9^{n},23967. Quando poi si calcola con numeri, il segno − si mette avanti.

Se poi i numeri da addizionare sono tre e tutti seguiti da +, si aumenta di una unità l'ultima cifra del numero somma; similmente tre segni – valgono a far diminuire di una unità la somma. Il semplice buon senso suggerisce criterî analoghi in altri calcoli che si fanno su numeri seguiti da + o da –.

III. Non si dica con Gauss che, quando si vuol badare alla cifra che segue è meglio adoperare Tabelle numeriche con una cifra decimale in più; perchè l'artifizio del + o del – non complica nulla, e basta un pochino di esercizio per acquistarvi familiarità; mentre il calcolare, per es., a 7 decimali anzicchè a 6 aumenta assai il lavoro, come lo riconosce Gauss istesso. D'altronde, per togliere l'incertezza che si ha quando l'ultima cifra è un 5, una volta su 10 non basta ricorrere ad una decimale di più. Dato che questo artifizio è utilissimo, ne segue che anche i numeri e i logaritmi dati dalle Tabelle dovrebbero avere i segni + o –, secondo i casi, per non diminuire il vantaggio dell'impiego di siffatto artifizio da parte del calcolatore.

Se, per es., nell'interpolare, il numero da aggiungere a quello delle Tabelle risulta eguale a 3,6, io scriverò 4 – se l'ultima cifra del numero delle Tabelle non porta nessuna indicazione; e quello apporrò anche all'ultima cifra della somma; se esso è seguito da +, io prenderò egualmente 4 e non metterò nessun segno all'ultima cifra della somma, perchè il – del 4 si elide col + del numero preso dalle Tabelle; se finalmente questo fosse seguito da –, io non prenderei 4 – ma 3, senza apporre il – all'ultima cifra, perchè due – devono far diminuire di 1.

Con questo artifizio si ottengono risultati più vicini al vero nella massima parte dei casi. Se vogliamo introdurre i criteri del calcolo delle probabilità, troveremo che i casi sfavorevoli nell'addizione di due numeri sono quelli nei quali si viene a forzare l'ultima cifra della somma mentre i due numeri erano entrambi forzati con una parte seguente compresa fra 65 e 74. Se in entrambi quei due numeri la parte seguente era 75, vi è tanto vantaggio quanto svantaggio a forzare o non; ma nel caso dei logaritmi spiegato sopra, vi è sempre vantaggio a forzare. Sicchè su 1000 casi se ne hanno 90 sfavorevoli: *ossia soltanto una volta su 10 sarà preferibile il servirsi dei numeri incompleti invece dei forzati.*

E lo stesso ha luogo per la sottrazione.

Riguardo alla moltiplica è evidente che, se per avvicinare più al vero il moltiplicando, questo si è dovuto forzare, ed il moltipli-

catore non è forzato, per avvicinarsi più al vero nel prodotto è meglio calcolare col moltiplicando forzato che col moltiplicando incompleto. Che se il moltiplicando ha traccia di essere stato forzato, ossia se è seguito dal segno –, vi è modo di impedire l'accumularsi degli errori nel prodotto. Sono cose intuitive. E lo stesso è per la divisione se il divisore non è forzato. Ma, dato che i calcoli si fanno generalmente su i logaritmi, i casi di moltipliche e divisioni di logaritmi, che corrispondono a quelli di elevazione a potenza od estrazione di radici su i numeri sono molto rari.

Il semplice buon senso fa capire che, se si dovessero moltiplicare due numeri entrambi forzati, ossia col nostro metodo, entrambi seguiti da +, conviene prendere uno forzato e l'altro diminuito di una unità nell'ultima cifra. Invece nella divisione, se i due termini sono entrambi affetti dall'istesso segno + o –, è meglio calcolare come se quei segni non esistessero, se pure non si vuol prendere il + per un 4 seguente ed il – per 4 col segno meno da dedurre dall'ultima cifra.

Ma, ripeto, questi sono casi teorici eccezionali. Nella pratica, nessuno ha dovuto mai rimpiangere di aver calcolato con l'artifizio di forzare l'ultima cifra.

E quand'anche non si volesse ricorrere all'artifizio (pur così semplice!) del + e del –, è facile convincersi che *nella maggioranza dei casi il forzare l'ultima cifra avvicina più al vero.*

ANCÒRA DEL PROBLEMA DEI TRE SCRIGNI

proposto da Bertrand e Poincaré

Nota di GIOVANNI BOCCARDI [1]).

I.

Mi si conceda di tornare su questo problema, di cui mi sono occupato altre volte [2]). Lo scopo di questa breve Nota è di mo-

1) Ribadisco che lo stato della mia vista non mi permette di occuparmi della pubblicazione di questa rivista, per la quale posso soltanto dettare a memoria qualche articolo, assumendo la responsabilità di tutto quello che porta la mia firma.

2) *Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino*, 1915-16; *Saggi di Astronomia popolare*, 1917.

strare la fallacia di uno dei soliti tratti di spirito del Bertrand, contenuta in questa frase:

Comment croire cependant, qu'il suffira d'ouvrir un tiroir pour changer la probabilité et de $\frac{1}{3}$ *l'élever à* $\frac{1}{2}$? 1).

Da questa frase si potrebbe dedurre che non vi sia differenza fra la probabilità *a priori* e quella *a posteriori,* quasicchè l'apertura di un cassetto non aggiungesse un nuovo dato alle nostre cognizioni e quindi non facesse variare la probabilità, cioè il nostro giudizio preventivo ed approssimato circa quello che accadrà, mentre è nell'essenza della probabilità di variare secondo le nostre cognizioni.

Bertrand cerca la probabilità di metter la mano allo scrigno contenente due monete di natura diversa, cioè oro ed argento. Se Bertrand introduce l'apertura di un cassetto, egli non precisa la natura della moneta estratta e cerca soltanto, in generale, la probabilità di trovare moneta di natura diversa nell'altro cassetto. Si vede chiaro che l'apertura del cassetto *qui* non entra per nulla e che il problema è sempre lo stesso, avendosi da un lato la probabilità *di mettere la mano* o *di averla messa* (chè qui è lo stesso) al cassetto contenente metalli diversi (che è la probabilità cercata), e dall'altra la probabilità di trovare moneta dello stesso metallo estratto, che è la probabilità complementare ad 1.

Quella è eguale ad $\frac{1}{3}$, questa a $\frac{2}{3}$.

È per un puro caso che l'apertura di un cassetto non influisce *qui* sulla probabilità; ma la frase di Bertrand può indurre in errore ed è senz'altro inesatta.

In questo caso l'apertura di un cassetto non cambia nulla alla cosa, perchè il problema è sempre quello ed è indipendente dalla natura della moneta estratta; che essa sia di oro o di argento, il problema è sempre questo: Qual'è la probabilità *di aver messo* la mano allo scrigno contenente due monete di natura diversa? E questa probabilità conseguente è la stessa di quella antecedente cioè *di mettere* la mano a quello scrigno che contiene monete di natura diversa. L'aprire i due cassetti insieme, oppure l'aprirne prima uno e domandare la probabilità che l'altro contenga moneta di natura diversa, non cambia *qui* il problema, perchè

1) *Calcul des probabilités*, page 3.

qualunque sia la moneta che si trovi nel primo cassetto, si cerca sempre la probabilità di trovare nell'altro cassetto moneta di natura diversa. E se si fa il conto per la probabilità contraria, cioè di cavare due volte di seguito moneta della stessa natura, si trova che *qui* la probabilità antecedente e la conseguente sono eguali, e l'apertura del cassetto non dice nulla. Che si sia estratto *oro* o *argento*, che si aprano successivamente o insieme i due cassetti, *qui* è sempre lo stesso.

Se invece si precisa e si cerca la probabilità *antecedente* di trarre *oro* due volte di seguito, la detta probabilità è $\frac{1}{3}$; mentre aperto un cassetto e trovatovi *oro*, la probabilità *conseguente* di trarre ancora oro è $\frac{2}{3}$.

II.

Per vedere l'inesattezza del principio del Bertrand, torniamo al caso dei quattro scrigni da me proposto, ognuno dei quali contenga tre cassetti. Il 1°, contiene soltanto oro; il 2°, oro in due cassetti ed argento nell'altro; il 3°, oro in un cassetto ed argento negli altri due; il 4°, soltanto argento.

Propongo adesso questo problema:

Si sceglie uno dei quattro scrigni, vi si aprono due cassetti e si trova oro in entrambi; qual'è la probabilità di trovare oro nel terzo cassetto?

Secondo il Bertrand, l'apertura dei due cassetti non può far cambiare la probabilità, cioè non ci fornisce nessun altro argomento per valutare la probabilità. Dunque il problema sarebbe identico a questo:

Qual'è la probabilità di metter la mano nel cassetto contenente soltanto oro?

La probabilità *a priori* o antecedente è evidentemente $\frac{1}{4}$. Questa dunque sarebbe, secondo il Bertrand, la probabilità di trovare oro nel terzo cassetto.

Invece la soluzione esatta è questa: La probabilità di trovare oro nel terzo cassetto è eguale a quella di aver messa la mano al 1° scrigno (non già a quella di mettervela) moltiplicata per la probabilità di trarne oro la terza volta, probabilità che qui è una certezza, cioè è eguale ad 1.

Ora, la probabilità di aver scelto il 1° scrigno è una probabilità *a posteriori*, e per la regola Bayes è data dalla formola

$$\frac{q_i p_i}{\Sigma pq},$$

la quale nel caso attuale di $q_1 = q_2 = q_3 = \ldots q_m$, si riduce a $\frac{p_i}{\Sigma p}$.

Dunque la probabilità di aver messo la mano al 1° scrigno è eguale alla probabilità *a priori* di trarre oro due volte dal 1° scrigno divisa per la somma delle probabilità *a priori* di cavare oro due volte dal 1° e dal 2° scrigno. La probabilità di trarre oro due volte dal 1° scrigno, è la certezza, cioè è eguale ad 1. Quanto all'altra, essa è una probabilità *composta*, che è data dal prodotto della probabilità di trarre oro la prima volta dal 2° scrigno per la probabilità di trarne oro la seconda volta; cioè è eguale a

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}.$$

La somma delle probabilità di trarre oro due volte dai due primi scrigni è dunque

$$1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$ 1).

Quindi la probabilità di aver scelto il primo scrigno è eguale a

$$1 : \frac{4}{3} = \frac{3}{4};$$

e la probabilità che messa ivi la mano se ne tragga oro la terza volta è $= 1$; dunque

$$\frac{3}{4} \times 1 = \frac{3}{4}$$

è la probabilità richiesta di trarre oro la terza volta. Questa è la risposta esatta; mentre secondo Bertrand verrebbe $\frac{1}{4}$.

Dunque alla spiritosa domanda del Bertrand: *Comment croire qu'il suffira d'ouvrir un tiroir pour changer la probabilité?* si può rispondere: *En général en ouvrant un tiroir (ou deux*

1) Qualcuno potrebbe obbiettare che qui abbiamo una probabilità maggiore della certezza; ma si rifletta che qui si è soppresso il fattore $\frac{1}{3}$ perchè, quando si cerca la probabilità per ogni singolo cassetto, essa è data da una frazione avente $\frac{1}{3}$ come fattore al numeratore ed al denominatore.

suivant les cas) le problème change et la solution (la probabilité) aussi.

III.

Facendo il calcolo per cassetti, come indica Poincaré, si avrebbe in quest'ultimo problema $\frac{3}{4}$ per la probabilità richiesta; ma è per un puro caso che la risposta è esatta, perchè qui siamo ridotti al caso di due soli scrigni, nei quali si è potuto metter la mano e cavarne oro due volte.

Per convincercene supponiamo cinque scrigni con quattro cassetti ognuno. Se *o* indica oro ed *a* argento, avremo:

o	o	o	o	a
o	o	o	a	a
o	o	a	a	a
o	a	a	a	a.

Proponiamoci questo problema:

Si mette la mano ad uno dei cinque scrigni, ed apertivi due cassetti si trova oro in ognuno; qual'è la probabilità che, aprendo un terzo cassetto vi si trovi oro?

Soluzione. — Avendo cavato oro due volte, si è dovuto mettere la mano ad uno dei tre primi scrigni; ma si può trarre oro la terza volta soltanto se si è scelto il 1° o il 2° scrigno. Trattasi dunque di una probabilità *totale*. Ora, se si è messa la mano ad uno di questi due, diversa è la probabilità di trarre oro la terza volta dal 1° o dal 2°. Ognuna di queste due è una probabilità *composta*.

Quindi, per avere la probabilità totale richiesta, dobbiamo prima cercare la probabilità di aver messa la mano al 1° scrigno e quella di averla messa al 2°. Poi la prima di queste probabilità dovremo moltiplicarla per quella di trarre oro la terza volta dal 1° scrigno, e la seconda per la probabilità di trarre oro la terza volta dal 2°. La somma di questi due prodotti ci darà la soluzione esatta.

Abbiamo dunque: Probabilità di trarre oro due volte

	dal 1° scrigno	dal 2° scrigno	dal 3° scrigno
	1	$\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$
ossia	1	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{6}$

Probabilità di trarre oro due volte da uno dei tre primi scrigni . . . . $\left\{ 1 + \frac{3}{8} + \frac{1}{6} = \frac{37}{24}. \right.$

Quindi: Probabilità di aver messa la mano

al 1° scrigno	al 2° scrigno	al 3° scrigno
$1 : \frac{37}{24} = \frac{24}{37}$	$\frac{3}{8} : \frac{37}{24} = \frac{9}{37}$	$\frac{1}{6} : \frac{37}{24} = \frac{4}{37}$

Adesso la probabilità di trarre oro la terza volta è:

dall° scrigno	dal 2° scrigno
1	$\frac{1}{2}$.

Finalmente la probabilità di cavare oro la terza volta dallo scrigno cui si è messa la mano è:

$$\frac{24}{37} \times 1 + \frac{9}{37} \times \frac{1}{2} = \frac{57}{74}.$$

Facendo il conto per cassetti si avrebbe $\frac{7}{10}$.

Col principio inesatto che l'aprire qualche cassetto non cambia la probabilità, quest'ultimo problema dovrebbe equivalere a questo: *Qual'è la probabilità di metter la mano ad uno scrigno tale che, aprendone tre cassetti si trovi oro in tutti e tre?*

In altri termini si verrebbe a cercare la probabilità di trovare oro in tre cassetti di uno stesso scrigno. Ora questa è una probabilità *totale,* cioè eguale alla somma delle probabilità che questo accada perchè si è messo mano al 1° scrigno, oppure perchè si è messo mano al 2°.

Abbiamo così:

Probabilità di metter mano		Probabilità di trarre oro da tre cassetti	
al 1° scrigno	al 2° scrigno	dal 1° scrigno	dal 2° scrigno
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	1	$\frac{3}{4}$

Dunque la probabilità totale è

$$\frac{1}{5} \times 1 + \frac{1}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{7}{20}.$$

Mentre la vera risposta è $\frac{57}{74}$.

Lo spessore della Stratosfera.

Uno dei problemi più difficili che si affacciano al geologo è quello che riguarda lo spessore della cosidetta *Crosta terrestre.* Infatti l'uomo direttamente colle sue osservazioni, cioè sia con pozzi minerari sia con gallerie ferroviarie, è giunto ad approfondirsi sotto la superficie terrestre solo di un paio di chilometri, ciò che è ben poca cosa rispetto ai 6378 Km. che rappresentano il raggio equatoriale della Terra; indirettamente però, specialmente coll'esame delle stratificazioni dei terreni costituenti i rilievi terrestri e colle sezioni che se ne possono logicamente dedurre, il geologo riesce talora ad approfondire assai più, almeno idealmente, le sue indagini in proposito.

Così p. e. le sezioni che tracciai attraverso: « Les Alpes Occidentales - 1913 - » raggiungono con una idealità abbastanza ragionata, una ventina e più di Km. di profondità senza uscire dal limite della Litosfera quale è direttamente conosciuta dal geologo; contuttociò questi 20 Km. od anche 30, se vogliamo forzare un po' certe sezioni geologiche, rappresentano sempre una minima percentuale, $\frac{1}{200}$, del raggio terrestre, cioè rispetto all'interno terrestre che ci rimane così quasi completamente ignoto.

Ma per via di induzioni basate su alcuni dati dedotti dalla Geotermica, dalla Vulcanologia, dalla Sismologia, dalla differenza tra il peso specifico dei materiali della Litosfera (circa 2,6) e quello del Globo terrestre (circa 5,5), dalla natura lito-mineralogica, e quindi chimica, delle Meteoriti, ecc., in correlazione col naturale addensamento che dovette verificarsi negli elementi della Terra durante la sua formazione, possiamo distinguervi vari involucri, cioè, cominciando da quelli superiori direttamente conosciuti, a quelli inferiori sempre più ignoti:

1°) - *Atmosfera* o sfera di gaz e vapori, dello spessore da 200 a 300 Km., ma indefinibile per il graduale diradarsi dei suoi elementi verso gli spazi interplanetari (1).

---

(1) Coi palloni sonda l'osservazione diretta giunse a quasi 38 Km. di altezza trovando, oltre i 20 Km., l'Atmosfera diradatissima, con temperatura bassissima, variabile da 50° a 70° sotto zero, e pressioni barometriche ridotte a solo più pochi millim.

2°) - *Idrosfera* o sfera acquea, della superficie di circa 370 milioni di Kmq., con densità di circa 1, dello spessore massimo di circa 10 Km. (1) sopra le fosse oceaniche, ma in complesso molto minore, cioè solo m. 3700 circa, con un volume complessivo di oltre 1330 milioni di Kmc.

3°) - *Litosfera* o Crosta terrestre volgarmente detta, parte solida, rocciosa, essenzialmente silicata, che nelle regioni di maggior corrugamento (2) si innalza, sul fondo dell'Idrosfera, di quasi 19 Km., mentre però veramente il suo livello medio giace a circa 2400 m. sotto il livello marino, cioè sotto la Idrosfera se supposta questa estesa regolarmente.

Nelle profondità la Litosfera si estende certamente oltre 60-70 Km., forse persino oltre 100-130 Km. (che poi rappresentano solo $\frac{1}{60}$ od al più $\frac{1}{50}$ del raggio terrestre), come indicherebbero certe considerazioni sulla profondità di compensazione delle masse crostali nelle loro diverse parti perchè si verifichi il loro equilibrio statico od Isostasi.

Già in altra nota sopra: « La courbe hypsométrique de l'Ecorce terrestre - 1912 » indicai, mediante paragoni colla Selenosfera, come i grandi piani suboceanici della Litosfera, corrispondenti in complesso ai *Maria* lunari, debbano essere di costituzione più densa (cf. basaltica) e quindi più pesanti che non i grandi piani continentali (cf. trachitici). Il doppio fatto, sia della natura piuttosto basica, basaltica, più o meno ferro - magnesiaca dei Vulcani hawaiani sorgenti dal fondo del Grande Oceano Pacifico (come di quelli dell'Islanda, dell'Isola di Borbone, ecc., situati in pieno Oceano), e della natura piuttosto acida, alcalina, trachitoide (l. s.) dei Vulcani continentali (pur essendovi a tale riguardo numerose eccezioni, cicli ripetuti anche nello stesso vulcano, ecc.), sia dell'eccesso relativo di densità (gravità) nelle regioni oceaniche rispetto al difetto, relativo, di densità in quelle continentali, in modo da costituirvi una specie di compensazione fra le masse depresse suboceaniche e quelle eminenti continentali, parrebbe confermare la sovraccennata idea.

---

(1) Come la fossa inabissantesi presso le Filippine sin quasi a 9800 m. sotto il livello marino.

(2) Come nella catena himalaica spingentesi a quasi 8900 m. s. l. m., mentre però la media altezza dei Continenti è solo di poco superiore a 700 m. s. l. m.

Notisi poi che, calcolando secondo la rispettiva densità la profondità a cui debbono trovarsi i magmi endogeni, le lave acide (trachitiche e simili) a densità di 2,7-2,8 dovrebbero provenire da profondità di 73 a 107 Km. e quelle basiche (basaltiche e simili) da 170 a 220 Km. di profondità; ciò che in largo senso potrebbe accordarsi abbastanza colla sovraccennata potenza della Litosfera; naturalmente tenendo conto che questa non deve rappresentare un inviluppo regolare ma variabile assai di spessore, da luogo a luogo, oltre a presentare delle specie di protrusioni o di focolari pirosferici nella sua parte interna inferiore, la quale del resto deve presentarsi con limiti indefiniti nei graduali, lenti ed estesi passaggi dalla formazione crostale litosferica alla sottostante magmatica pirosferica.

Quanto alla profondità, certo molto variabile, a cui deve comparire la zona magmatica generale che inizia gradatamente la Pirosfera, è vero che, siccome le roccie della Crosta terrestre fondono a circa 1200°, la zona della Litosfera dovrebbe cominciare, secondo i dati geotermici noti, verso i 50-70 Km. di profondità. Ma anzitutto non sappiamo se tali dati, che l'uomo constatò direttamente solo per i primi due chilometri superficiali, continuano ad essere giusti ed identici a grande profondità, ciò che non credo accettabile. Inoltre, a causa delle enormi pressioni esistenti a tali grandi profondità, il punto di fusione viene molto abbassato e deve riuscire quindi abbassata la zona superiore del magmatismo terrestre, tanto che alcuni ne vollero persino dedurre la natura solida di tutto il globo terrestre, ciò che è però contradetto dal Vulcanismo.

4°) - *Pirosfera* o *Astenosfera* (soggetta a pressioni enormi, certamente superiori alle 10.000 atmosfere), di costituzione chimica ancora un po' analoga a quella complessiva della Litosfera (cioè prevalentemente silicatica) ma subomogenea (quantunque più acida e con sviluppo di gas disciolti o combinati verso l'alto ed invece sempre più basica, ferro-magnesiaca, verso il basso), di natura magmico-fluida, di temperatura elevatissima, da 1500° ad oltre 2000° (1), di peso specifico tra 3 e 3,5, di spessore ignoto ma certamente grande e vario nelle diverse regioni, nonchè indefinibile per la sua probabile transizione insensibile sia in alto verso la Litosfera (che, come sovraccennato, deve passare poco a poco in-

(1) Come indicano le lave che hanno temperatura da 1000° a 1500°.

feriormente alla disaggregazione magmatica), sia in basso verso a cosidetta Barisfera; tant'è che i magmi probabilmente più profondi, come quelli basici, racchiudono talora metalli elementari, specialmente sono assai ferriferi, anzi talora inglobano persino masse di ferro (come p. e. il famoso Ferro di Ovifak in Groenlandia) che ha tutto l'aspetto e la costituzione di quei materiali di tipo meteoritico i quali debbono costituire parte importante della massa interna metallosferica.

5°) - *Barisfera* o *Centrosfera* che rappresenta probabilmente buona parte della Geosfera generale e dev'essere di costituzione chimica silico-magnesiaca, più o meno metallifera, specialmente ferronichelifera, con Carburi, ecc., poco ossidata, un po' analoga a quella delle Meteoriti, quindi di densità notevole e probabilmente crescente dalla sua parte esterna (forse 3-4) a quella interna (anche 7-8 e più) (1), a temperatura ancor più elevata (2) della Pirosfera, ma contuttociò in uno stato fisico (supercritico, subomogeneo, densissimo, incompressibile) di pseudorigidità a causa delle formidabili pressioni (parecchie diecine di migliaia di atmosfere) cui essa è soggetta per la massa terrestre sovraincombente.

Questa parte interna, profonda, del Globo terrestre, naturalmente rimarrà per sempre sottratta all'osservazione diretta dell'uomo; tuttavia credo che egli ne possa avere un'idea, come sovraccennato, dall'esame delle diverse qualità di Meteoriti; corpi interessantissimi non solo per svelarci la natura dei Mondi astrali, ma perchè credo possano rappresentare anche la nostra conoscenza diretta delle profondità dell'interno terrestre altrimenti invisibile.

Infatti alcune, le più rare, dette *Asideriti* o Aeroliti o Pietre meteoriche, sono costituite di Feldspati basici o specialmente di Silicati magnesiaci (peridotici, pirossenici, ecc.) e di Ossidi di Ferro, Nichelio, Cobalto, ecc., oltre a Carbonati ed Idrocarburi (3), tanto che

(1) Se l'aumento di densità fosse regolare e costante dalla superficie al centro terrestre, quivi la densità dovrebbe essere di circa 11.

(2) Tale temperatura deve però essere assai minore di quella (circa 100.000°) che si dedurrebbe calcolando che essa andasse continuamente crescendo come verificasi attraverso i due primi Km. di Litosfera direttamente studiati dall'uomo.

(3) Tale frequenza del Carbonio sotto forma di Grafiti, Carburi, Diamante, ecc., nelle Meteoriti appoggia anche fortemente, contro la teoria, ora più accettata, dell'origine organica dei Petroli terrestri, quella, che credo più giusta, della loro origine prevalentemente inorganica o sintetica, in relazione coi Carburi metallici (specialmente di Ferro, Nichelio, Cobalto, ecc.) che debbono abbondare nell'interno della Terra, dove si sono originalmente combi-

alcuni le indicano anche come *Meteoriti carboniose* (tipo Orgueil), passanti anche alle cosidette *Meteoriti alluminose* (tipo Invivas) ed a quelle *peridotiche* (tipo Chassigny) o più spesso miste, con peso specifico complessivo di 2 a 3,6 circa. Esse paiono corrispondere alla zona piuttosto basica, basaltico-peridotica, forse anche ricca in Carburi metallici, ecc., che deve prevalere nella Litosfera sotto alla zona piuttosto acida, quarzoso-feldspatica, che predomina invece (colla costituzione direi granitica) nella zona superiore, ben nota, della Crosta terrestre; tali Meteoriti sono le più rare, probabilmente, sia per la più facile alterazione, sia perchè le parti crostali degli Astri in genere (come deve pur verificarsi nel globo terrestre) debbono essere assai meno potenti che non le masse interne.

Altre Meteoriti, relativamente frequenti, dette *Sporadosideriti*, sono costituite da una ganga pietrosa o pasta litoide, pure peridotica, pirossenica, enstatitica, ecc., analoga a quella delle Asideriti, ma con sparsi granuli o condri metallici (specialmente di ferro nichelifero), ciò che si rivela anche al peso specifico, oscillante fra 3 e 4 circa; esse debbono corrispondere ad una zona relativamente profonda e potente, molto basica, prevalentemente magnesiaca e più o meno metallifera, in gran parte ferrifera, del Globo terrestre.

Del resto la grande abbondanza o prevalenza del Ferro nell'interno della Terra è provata da tanti altri fatti oltre che dalla costituzione delle Meteoriti; così dalla sua abbondanza nei Corpi stellari in generale dopo un certo periodo di evoluzione, dal peso specifico della massa terrestre in genere, dai noti fenomeni di Magnetismo terrestre, dal Ferro convogliato coi magmi basaltici che vengono a giorno per via vulcanica, ecc. (*Continua*).

AGOSTO 1917.

DIARIO DELL'OSSERVATORE

(Tempo medio civile dell'Europa centrale).

4. — *Urano* in congiunzione con la *Luna* a 3^h (Urano a 4°34′S).
8. — *Venere* in congiunzione con *Leone* a 19^h (Stella a 0°1′N).
10. — *Mercurio* nel nodo discendente a 13^h.
11. — *Giove* in congiunzione con la *Luna* a 13^h (Giove a 3°39′S).

nati e dove rimasero in gran quantità per il loro peso o per occlusione; di essi sarebbe anche lontana conseguenza una parte dei composti di Carbonio (Idrocarburi, Anidride carbonica, Ossido di carbonio, ecc.) che emanano in varie regioni della Terra, specialmente in accompagnamento dei fenomeni vulnici e pseudovulcanici.

15. — *Urano* in opposizione al *Sole* a 5^h.
16. — *Nettuno* in congiunzione con la *Luna* a 6^h (Nettuno a 2°7′N).
16. — *Saturno* in congiunzione con la *Luna* a 9^h (Saturno a 2°55′N).
17. — *Marte* in congiunzione con la *Luna* a 5^h (Marte a 0°42′N).
20. — *Mercurio* a l'afelio a 7^h.
20. — *Mercurio* in congiunzione con la *Luna* 10^h (Mercurio a 3°36′N).
20 — *Venere* in congiunzione con la *Luna* a 21^h (Venere a 6°33′N).
22. — *Mercurio* alla più grande elongazione a 23^h (Mercurio a 27°18′E).
23..— Il *Sole* entra nel segno della Vergine a 18^h 45^m.
31. — *Urano* in congiunzione con la *Luna* a 12^h (Urano a 4°30′S).

Fasi della Luna.

	3	Agosto	Luna Piena	a 6^h 11^m
	9	»	Ultimo Quarto	a 20^h 56^m
	17	»	Luna Nnova	a 19^h 21^m
	25	»	Primo Quarto	a 20^h 8^m
Perigeo	3	»		a 23^h
Apogeo	18	»		a 13^h

SETTEMBRE 1917.

3. — *Giove* in quadratura col *Sole* a 11^h.
5. — *Mercurio* stazionario a 19^h.
8. — *Giove* in congiunzione con la *Luna* a 1^h (Giove a 3°14′S).
9. — *Mercurio* alla più grande latitudine eliocentrica S a 16^h.
10. — *Venere* nel nodo discendente a 3^h.
12. — *Marte* in congiunzione con la *Luna* a 1^h (Marte a 2°55′N).
12 — *Nettuno* in congiunzione con la *Luna* a 14^h (Nettuno a 2°18′N).
12. — *Saturno* in congiunzione con la *Luna* a 22^h (Saturno a 3°22′N).
16. — *Mercurio* in congiunzione con la *Luna* a 22^h (Mercurio 1°31′N).
19. — *Mercurio* in congiunzione inferiore col *Sole* a 1^h.
19. — *Venere* in congiunzione con la *Luna* a 23^h (Venere a 4°SW).
22. — *Marte* in congiunzione con *Nettuno* a 11^h (Marte a 1° 18′N).
23. — Il *Sole* entra nel segno della *Libra* a 15^h 51^m.
27. — *Urano* in congiunzione con la *Luna* a 21^h (Urano a 4°33′S).
28. — *Mercurio* stazionario a 4^h.
28. — *Mercurio* nel nodo ascendente a 16^h.
30. — *Giove* stazionario a 17^h.

Fasi della Luna.

	1°	Settembre	Luna Piena	a 13^h 28^m
	8	»	Ultimo Quarto	a 8^h 5^m
	16	»	Luna Nuova	a 11^h 27^m
	24	»	Primo Quarto	a 6^h 41^m
	30	»	Luna Piena	a 21^h 31^m
Perigeo	1°	»		a 9^h
Apogeo	14	»		a 16^h
Perigeo	29	»		a 19^h

T. Comi.

De Maria Giuseppe, *Gerente responsabile*.

Torino, 1917 — Tipografia San Giuseppe degli Artigianelli.

Anno VII Torino, Settembre - Ottobre 1917 Num. 9-10

Lo spessore della Stratosfera.

Prof. R. SACCO.

(Continuazione vedi num. precedente)

Inoltre sonvi le *Sissideriti*, cioè masse sideritiche nelle quali abbiamo la prevalenza del materiale metallico in forme di spugna o rete di ferro più o meno nichelifero, fra cui stanno, quasi in grani irregolari, i materiali litici soliti, cioè peridotici, pirossenici, ecc., in modo da raggiungere la densità di 7 e più; tale costituzione deve corrispondere in certo qual modo a zone ben interne e profonde (di tipo, direi, sissideritico) del Globo terrestre.

Finalmente abbiamo le *Olosideriti* o *Ferri meteorici*, relativamente rari, ma talora voluminosi (forse anche per la maggior resistenza che offrono alle alterazioni prodotte da vari agenti esterni), i quali sono costituiti essenzialmente di Ferro nichelifero, a peso specifico di circa 8, indicandoci quale deve essere probabilmente la natura, essenzialmente metallica, olosideritica, del cosidetto nucleo terrestre.

Naturalmente tali analogie debbonsi considerare quali essenzialmente chimiche, come nel complesso ci indica il parallelismo nell'aumento non solo di peso specifico, ma anche di basicità e, direi, di metallicità e viceversa la diminuzione dell'ossidazione nei due casi sopra paragonati; mentre invece la costituzione fisica (quantunque alcuni credano l'interno della Terra solido, ciò che aumenterebbe l'analogia sopra citata) deve essere diversa in rapporto alle diverse relative condizioni di ambiente. Basta pensare a tale riguardo che le zone terrestri profonde debbono trovarsi a pressioni di molte migliaia di âtmosfere, ed a temperatura di parecchie migliaia di gradi, tanto da essere probabilmente magmico-fluide in alto e gassose in profondità. Ciò non toglie però che in un lontano avvenire geologico, o meglio astronomico (cioè in quell'ultima fase planetaria che indicai appunto come *me-*

teorica o aereolitica) col lento raffreddarsi del Globo terrestre, anche tali profonde zone barisferiche possano, anzi debbano, gradatamente pure raffreddarsi, cristallizzando ed assumendo così, non solo la costituzione chimica ma anche quella fisica che ci mostrano ora le Meteoriti, che sono spesso paragonabili ad erranti scheletri residui di Planetoidi od Asteroidi spenti: corpuscoli cosmici sparsi negli spazi celesti sino a congiungersi spesso, per attrazione, con Astri maggiori, come verificasi per quelli che cadono sulla superficie terrestre.

Lasciando quindi nel mitico **Azoico** l'Era, semplicemente mineralogico-litica, di costituzione della primitiva Crosta terrestre, noi troviamo nella parte più profonda della Litosfera conosciuta direttamente dal geologo, una potentissima serie di terreni essenzialmente cristallini, che si indicano complessivamente col nome di **Arcaico**, suddividendolo poi in due grandiose Ere cioè l'Archeozoica e la Proterozoica.

L'Era archeozoica (*Laurenziano* l. s.) è rappresentata da terreni plutonici od anche estrusivi, variamente connessi con quelli sedimentari più o meno schistosi, ma profondamente metamorfosati (per lo più *gneissificati*, donde anche il nome di *Sistema gneissico*) per modo che il tutto assume una forma eminentemente cristallina; ciò che fece sorgere l'idea che esso fosse la crosta o terreno primitivo fondamentale.

Si tratta di una serie straordinariamente potente, certo di oltre una diecina di migliaia di metri, come indica il Bücking per il Sistema gneissico della Baviera. Ma siccome non se ne conosce il termine inferiore ed inoltre le sue frequenti e fortemente pigiate ripiegature, state spesso piallate superiormente dagli agenti esterni, possono talora produrre confusioni con eventuali ripetizioni litologiche attraverso una serie regolare, e quindi cagionare incertezze nell'interpretazione del reale spessore di queste antichissime formazioni, così non si possono precisare cifre sulla loro potenza; questa, se potessimo osservare l'intiera serie, ci apparirebbe probabilmente enorme, cioè di molte diecine di migliaia di metri.

L'Era proterozoica (*Algonkiano, Huroniano* l. s., *Precambriano, ecc.*) è rappresentata da terreni essenzialmente sedimentari, per quanto in parte metamorfosati (donde il nome di *Sistema micafillitico*), ma fra cui spesso compaiono, specialmente verso l'alto, schisti, arenarie, conglomerati, ecc., a tipo littoraneo (ciò che indica una straordinaria attività ed estensione dei feno-

meni di erosione e ci spiega anche le frequenti lacune stratigrafiche), intercalati però anche con rocce endogene, che sono tuttavia meno abbondanti ed importanti che non nell'Archeozoico, ma più che nel susseguente Paleozoico.

La serie proterozoica che (anche per il suo meno profondo metaformismo e quindi per meno intensa cristallizzazione) comincia a presentare traccie fossili (quantunque mal conservate) di quasi tutti i gruppi di Invertebrati, assume una potenza straordinaria specialmente nel Nord America dove fu particolarmente studiata da Von Hise, Logan, Bayley, Smyth, Clements, ecc., e dove si può dividere in tre grandi periodi, cioé, dal basso all'alto:

1° l'*Huroniano* (str. s.) che presenta, tra il Lago Michigan ed il Lago superiore, oltre 2000 metri, nel Minnesota più di 3000 ed a nord del Lago di Huron tra 3000 e 4000 metri di spessore, se pure non raggiunge i 6000 metri secondo il Logan.

2° l'*Animikeano* la cui serie nella regione tra il lago Michigan ed il Lago Superiore misura da 4500 a 5000 metri, e nel Minnesota e Wisconsin oltre 6000 metri, fra cui però spesso si alternano terreni lavici a quelli sedimentari.

3° il *Keweenawiano o Keweeniano* che nella regione del Lago superiore parrebbe raggiungere l'enorme potenza di oltre 10000 metri (secondo alcuni persino di 15000), notando però, sia che fenomeni tettonici possono far esagerare tale valutazione, sia che sonvi grandiose intercalazioni ignee fra i terreni sedimentari, sia che questi sono prevalentemente assai grossolani.

In altre regioni americane il Proterozoico appare in complesso meno potente; tuttavia nelle Cordigliere (secondo i lavori di Willis, Weed, King, ecc.,) e nel Gran Cañon del Colorado (secondo Powell) esso supera i 3300 e nella Nuova Scozia persino i 5000 metri di spessore.

In Europa tale serie mostrasi generalmente con potenza minore, ma talora anche di 2000 a 3000 metri e più, come p. es. in Scozia (secondo A. Geikie), in Finlandia (secondo Sedeersholm,) in Svezia, in alcune regioni della Germania (secondo Gümbel, se pure la serie micafillitica non arriva in alcuni punti della Baviera ai 6000 metri di spessore), nelle Cevenne e nel Plateau Central della Francia (secondo De Launay e Mouret, Fabre, ecc.), dove le più complete serie precambriane di filladi, schisti lucidi, talciti, quarziti, arenarie, ecc., possono anche presentare talora 4000 metri di spessore.

Ricordo qui come in Inghilterra gli antichissimi *Slaty greywackes* di Murchison abbiano quasi 7000 metri di potenza complessiva.

Passiamo ora all' **Era paleozoica** o **primaria** che risulta costituita (oltre che da non rare ma sparse formazioni endogene) da una potente pila sedimentaria, di tipo prevalentemente littoraneo o di mare basso (od anche continentale), già frequentemente ricca in fossili, come Crittogame anche elevatissime e Gimnosperme, Invertebrati di ogni tipo e Vertebrati inferiori, con frequenti discontinuità o lacune stratigrafiche, che corrispondono spesso a fenomeni di erosione e di sollevamento o abbassamento del suolo; fra le quali lacune è specialmente frequente e notevole quella che separa il Paleozoico dal sottostante Proterozoico.

Esaminiamo ora brevemente, dal solito punto di vista, i successivi periodi geologici dell'Era paleozoica dal basso in alto, cioè:

1° **Cambriano**, che ha spessore variabilissimo nelle diverse regioni europee, toccando anche 4000 e più metri (secondo alcuni, p. es. il De Lapparent, anche 8000 a 10000 metri, ciò che è forse alquanto esagerato) colla sua potentissima serie (essenzialmente di sedimentazione marino-littoranea) di schisti, quarziti, arenarie, conglomerati, ecc. della regione circumbaltica e specialmente nella tipica Cambria o contea di Galles dove appaiono numerosi piani e sottopiani (Caerfai, Solva, Menevian, a Lingula, Tremadoc).

Potenze notevoli, cioè di oltre 3000 metri, secondo alcuni persino di 8000 metri, osservansi in Bretagna; di 3000 a 6000 metri in Cina (secondo Richthofen).

Nell'America settentrionale il Cambriano (escluso l'Ordoviciano) coi suoi svariati schisti e relative intercalazioni, ora calcaree ora arenacee, ha spessori anche di 1500 a 2000 metri (secondo Walcott) presso Quebec ed Adirondak, di oltre 2500 m. nel Nevada (secondo Hague e Walcott), di 3000 e più metri nella Georgia e nell'Alabama, nelle Montagne Rocciose (sec. Mc Connel) e di circa 4000 metri nello stato di Washington. È notevole, riguardo allo spessore dei depositi cambriani del Nord America che (secondo le speciali ricerche e comparazioni di Walcott), mentre esso è relativamente piccolo (cioè di 200 a 300 metri circa) nelle sue regioni interne e centrali, va invece aumentando notevolmente verso le sue regioni esterne o laterali, sia orientali, dove tocca anche i 4000 metri (ricordiamo p. es. il Cambriano inferiore e medio del Tennessee orientale che secondo Keith è di oltre 3000

metri di calcari schistosi, arenarie, ecc.), sia specialmente occidentali (come p. es. nella Columbia Inglese) dove sembra raggiungere, se pur anche non oltrepassare, secondo il Dawson, la formidabile potenza di 10000 metri. Tale fatto è assai significativo mostrandoci che la sedimentazione (come riesce facile comprendere) fu immensamente più grandiosa e potente sul margine (regione di naturale massimo sfociamento) che non nell'interno delle aree che, per ulteriore emersione, diventarono poi le grandi masse continentali attuali.

Ricordiamo infine che nella Nuova Zelanda la serie Cambriana (*Maniototo Series*) con fisionomia arcaica, cristallina, per intenso metaformismo, ha spessore di 5000 a 6000 metri secondo il Park.

2° **Siluriano** che può distinguersi in inferiore od *Ordoviciano* o *Champlainiano* e superiore o *Siluriano* st. s. od *Ontariano* o *Gothlandiano*, ecc.; esso presentasi con serie (qua e là interrotte da trasgressioni che indicano movimenti orogenetici) assai potenti di sedimenti clastici, qua e là con intercalazioni calcaree (specialmente verso l'alto) organogeniche e relativamente poche invece vulcaniche.

Gli spessori più notevoli furono segnalati in Inghilterra dove si riscontrarono 3000 a 4000 metri e persino 8000 metri per la serie ordoviciana (però là dove sonvi potenti intercalazioni laviche e tufiche frammezzo ai terreni sedimentari) e 1000 a 1600 metri (secondo il De Lapparent anche oltre 2000 metri) per la serie gothlandiana, essenzialmente sedimentaria, cioè rappresentata da arenarie, schisti e calcari con poche intercalazioni endogene.

Nella Scozia (secondo Tullberg) la serie schistoso-arenaceo-calcarea del Siluriano (l. s.) avrebbe lo spessore di circa 2000 metri. In Cina pare raggiunga complessivamente circa 6000 metri.

Nel Nord America, dove è sviluppatissima la serie siluriana, essa presenta pure il fatto già segnalato pel Cambriano, cioè una massima potenza nelle regioni marginali, specialmente nei monti Appalachiani della Pennsilvania, ed uno minimo verso l'interno.

Per le formazioni ordoviciane sono segnalati spessori di oltre 650 m. nel New Jersey (secondo Weller), di 1000 a 1100 m. nello Stato di Washington (secondo Clarck) e qualcosa di analogo per la regione appalachiana, secondo Buckley; sinchè nel Tennessee orientale il Keith segnala depositi schistosi calcarei di oltre 2000 m. e nel Territorio Indiano, secondo Taff, di oltre 2700 m. pure in gran parte calcarei, ciò che è assai significativo per la lunghissima durata del periodo geologico corrispondente.

Nel Massachussetts centro-occidentale, lo spessore dell'Ordoviciano (secondo Emerson) sarebbe di circa 5000 m. (ma ne fa parte qualche migliaio di metri di Schisti anfibolici, epidotici, cloritici, assieme a formazioni granitiche, ecc.) e quello del Siluriano (str. s.) di oltre 3000 metri, ma pure con molte impregnazioni granitiche.

Nelle complesse formazioni siluriane (str. s.) gli autori americani, che le dividono in cinque o sei gruppi, indicano, specialmente nella Pennsilvania, spessori di oltre 250 m. pel gruppo Oneida, di 600 m. pel gruppo Medina, di 650 m. nel gruppo Clinton, di quasi 250 m. nel gruppo Niagara, mentre nel superiore gruppo Salina i relativi depositi (spesso con intercalazioni salino-gessose, come presso Cleveland) mostrano spessori di quasi 200 m., ed in certi punti, come presso Ithaca e nei monti della Pennsilvania, anche di 500 m.; cioè una serie totale di oltre 2200 metri.

Dai quali dati, lasciando da parte gli 8000 m. delle formazioni siluriane nel Massachussetts perchè troppo complicate da intercalazioni di roccie endogene, si avrebbe una somma complessiva di tutta la serie siluriana nord-americana, dove più potente, e se tutti i piani fossero sovrapposti, di circa 5000 m.; mentre però generalmente nelle singole regioni essa raggiunge solo spessori di 700 o 800 m., come p. es. nel Maryland, di 1000 m. nel Michigan, secondo Lane, ecc.

Nella Nuova Zelanda le formazioni siluriane (*Kakanni* e *Wangapeka Series*) semi-metamorfosate, raggiungono, secondo il Park, oltre 4500 m. di spessore.

3° **Devoniano,** la cui serie è costituita in gran parte di materiali sedimentari, arenarie e schisti varii, fra cui però si intrecciano e si alternano anche formazioni calcaree potenti, alcune delle quali mostrano ancora assai bene la loro origine e forma atollica, come p. es. in alcune regioni del Belgio e nel piano *cornifero* o di *Onondaga* presso le rapide dell'Ohio a Louisville.

La serie devoniana (nome giustamente tratto dal Devonshire) ha naturalmente la sua massima potenza là dove essa è rappresentata da depositi più o meno grossolani, (a tipo prevalentemente fluvio-lacustre e salmastro) come p. es., le arenarie (i famosi *Old-red-sandstone*) della Scozia; quivi infatti esse, alternate con schisti che prevalgono verso l'alto, ma inglobando talora anche 2000 m. di formazioni vulcaniche, presentano spessori di 6000 a 8000 m. e fors'anche 10.000 m. complessivamente.

Nella regione delle Ardenne (specialmente secondo gli accurati studi del Gosselet) la potente serie devoniana, di schisti, arenarie, quarziti, conglomerati, ecc., con frequenti e potenti intercalazioni calcaree (anche di oltre 1000 m. specialmente nella parte media) raggiunge persino i 5000 m. di spessore.

Nell'Africa meridionale osservansi serie devoniane potenti 2000 a 3000 metri, rappresentate dalle solite formazioni grossolane, persino con cenni di antichissima azione glaciale.

Nel Nord America la serie devoniana fu divisa in diversi piani o periodi di varia potenza, così: l'*Helbergiano*, che presso Gaspé presenta anche più di 300 m. di calcari; l'*Oriskaniano*, con un centinaio di metri di arenarie nel Maryland e nella Virginia; l'*Onondagiano* o *Ulsteriano*, con più di 500 m. di arenarie, intrecciate alle formazioni calcaree coralligeniche presso Gaspé; l'*Hamiltoniano* o *Erianano*, che nella Pennsilvania sviluppasi anche per circa 1700 m. in sedimenti essenzialmente clastici, mentre assottigliasi assai, come di solito, verso l'interno del Continente; il *Leneganiano* che, con circa 500 a 600 m. presso New Jork, in varie parti della Pennsilvania e nel Maryland, colle sue sedimentazioni arenacee qua e là conglomeratiche, raggiunge anche, secondo il Prosser, quasi 3000 m. di potenza.

Ciò, che tutto sommato, darebbe per la serie devoniana, nelle regioni occidentali del Nord America, uno spessore di circa 7000 m.

Del resto nella sola Virginia, secondo Darton, Taff, ecc., lo spessore di certe serie devoniane incomplete è spesso di oltre 3000 m.; nel Nevada (secondo Hague e Walcott) è di circa 2700 m. Nelle regioni occidentali del Nord America tale spessore è generalmente assai minore, tuttavia nel distretto Eureka di Nevada il Devoniano, secondo Weller, è potente anche 2700 metri circa, di cui quasi 2000 di calcare variamente connesso a formazioni schistose.

Nell'Australia (New South Wales), come anche nella Nuova Zelanda, la serie devoniana qualche volta oltrepassa assai i 3000 m. di spessore.

4° **Carbonifero** (l. s.); formazione varia e potente che, considerata nella sua costituzione complessiva, potrebbe dividersi in due grandi parti, cioè: una inferiore, ancora prevalentemente marina (quindi piuttosto calcarea), il *Dinantiano* o *Berniciano* o *Precarbonifero* o *Culm* dei geologi europei, il *Mississipiano* degli americani, collegantesi abbastanza bene col sottostante Devoniano; ed una superiore che (in rapporto cogli intensi movimenti orogenici

e conseguenti vaste emersioni di terre) è prevalentemente continentale (quindi piuttosto arenaceo-conglomeratica), il *Moscoviano-Ouraliano* o *Westfaliano-Stefaniano*, oppure *Demetiano* dei geologi europei, il *Pennsilvaniano* degli americani, cioè il *Carbonifero* propriamente detto, con poche intercalazioni calcaree ed invece frequenti interstraterelli di carbon fossile, di ossidi di ferro, ecc., formazioni che indicano depositi formatisi specialmente in regioni lacustro-paludose; collegasi così assai bene questa serie carbonifera col sovrastante *Permiano*, col quale costituirebbe un complesso unitario indicabile come *Permo-Carbonifero*, o meglio *Antracolitico*.

In varie regioni europee il piano inferiore o *Dinantiano* ha (come p. es. nell'Inghilterra e nell'Irlanda) spessori di oltre 1000 m., specialmente di natura calcarea marina (il noto *Mountain limestone*), raggiungendo i 1500 m. nella Bretagna ed oltrepassando anche i 2000 m. in alcuni punti della Scozia (dove però vi si intercalano pure qua e là formazioni vulcaniche, anche di qualche centinaio di metri di spessore), mentre è invece solo di 600-700 m. nelle provincie renane (dove è conosciuto come *Berg-Kalk*), nella Francia settentrionale, ecc.

Ma dove il Carbonifero, anche inferiore, presentasi con una facies grossolanamente detritica (rappresentata da schisti alternati ad arenarie e conglomerati di origine continentale o littoranea), là questa serie assume potenze straordinarie come p. es. in certe regioni della Slesia, dove lo Stur indica spessori enormi di 14000 m. per tali depositi a Lepidodendri e Goniatitidi, ecc.; il che probabilmente corrisponde ad una serie un po' compreensiva, cioè estesa anche ad una parte assai notevole del Carbonifero (l. s.), se pure non sonvi fenomeni tettonici che accrescono apparentemente la potenza della formazione indicata.

Quanto al Carbonifero medio-superiore *(Demetiano)*, per la sua origine prevalentemente continentale o lacustro-maremmana e per la sua natura generalmente detritica e spesso grossolana, esso è per lo più assai potente. La sua serie si inizia generalmente con arenarie e conglomerati (il noto *Millstone Grit*) anche di 1700 a 1800 m. di spessore in alcuni punti dell'Inghilterra, specialmente nel paese di Galles; prosegue verso l'alto con schisti argillosi, arenacei, calcarei, ecc., e le caratteristiche, importanti intercalazioni di ossidi di ferro e di straterelli (persino 150) di carbon fossile, costituenti nell'assieme la serie della *Coal Measurs*, dello spessore di 2000 a 2800 m. nella contea di Lancashire, nella re-

gione di Calais, in Westfalia, ecc.; ma sonvi anche formazioni di 3000 m. sino a 3600 m. in qualche parte del paese di Galles, ed analogamente di circa 3300 m. in Russia, ai piedi degli Urali; chiudesi talora in alto la serie carbonifera con sedimentazioni analoghe più o meno locali, come, nel N. O. d'Europa, la serie di Ottweiler (a Felci, Antracosie, ecc.) avente spessore di 2000 a 3000 m.

Certamente queste formazioni grossolane dei diversi piani sovraccennati del Carbonifero (l. s.) non si possono sommare, talora intrecciandosi cronologicamente; ad ogni modo risulta chiaro che la serie carbonifera (l. s.) in Europa può raggiungere la notevole potenza di oltre 8000 m.; risultato che si accorda con quanto osservasi nel Nord America e che è confortato dall'indicazione dei 14000 m. segnalati dallo Stur nel Carbonifero della Slesia.

Nell'America settentrionale le formazioni del Carbonifero (l. s.) inferiore o *Mississipiano* hanno spessori variabilissimi, sovente di 500-600-700 m. come nel Territorio Indiano, secondo Taff, nell'Arizona settentrionale, nella Virginia, secondo Danton e Taff, ecc.; ma nei monti Appalachiani della Pennsilvania e della Virginia, secondo Campbell, esse raggiungono anche 1500 m. di potenza con oltre 700 m. di calcare; infine a N. E. di Washington e nel Canadian Rockies esse assumono persino spessori di 2000 a 2300 m. di cui circa 1700 di calcare, ciò che ne indica il lungo tempo di deposito.

Quanto alle formazioni del *Carbonifero* str. s. o *Pennsilvaniano* è anzitutto a notarsi che esse presentano spesso alla loro base, ed anche talora in varie zone in alto, speciali accumuli grossolani arenaceo-conglomeratici (i cosidetti *Conglomerati di Pottsville* in America o *Millstone grit* in Inghilterra) i quali, data la natura loro grossolana, raggiungono spesso potenze notevoli cioè di 500 (Virginia, Pennsilvania) sino a 1500 ed anche 2000 m., come in alcuni punti del Colorado e del Nuovo Messico.

Sono inoltre frequenti in tutta la serie gli strati argilloso-arenacei, più di rado calcarei, che nel complesso formano pile di 600 e più m. (come nell'Ohio secondo Prosser, nel S-O della Pennsilvania secondo Campbell), di 1100 a 1200 m. come nella Virginia occidentale (secondo White, Campbell, ecc.), di quasi 1500 m. nel Tennessee orientale (secondo Keith), di circa 1800 m. (come nel Colorado centro-occidentale, secondo Eldridge), di oltre 2000 m. nel Nevada secondo Hague e Walcott, di 2000 a 2500 m. come nel Texas (secondo Richardson, Cummins, ecc.), di 3000 a 3700 m.

nel Territorio Indiano, secondo Taff, di 4000 e più metri (come in certi punti degli Appalachiani e nella Nuova Scozia), finchè in speciali regioni dell'Arkansas si constatarono da Adams, Branner, Hopkins, Williams, ecc, formazioni carbonifere (str. s.) raggiungenti la enorme potenza di 6000 a 7000 e persino 8000 m.

Nella Nuova Zelanda, secondo Park, le formazioni del Carbonifero (*Anau System*) presentano uno spessore di oltre 4500 m.

5° **Permiano** o *Dias* che veramente, considerato nel complesso, costituisce col *Carbonifero* (str. s.) una potentissima formazione unitaria, l'*Antracolitico;* periodo di crisi geologica importantissimo sotto ogni punto di vista, poichè corrispose ad un movimento orogenico grandioso e generale (connesso naturalmente ad estesi ed intensi fenomeni endogeni) da cui derivò una serie di fondamentali trasformazioni atmosferiche (terminando con diminuzione dell'anidride carbonica e dei vapori acquei), climatologiche, oroidrografiche (caratterizzate essenzialmente da un continentalismo estesissimo ed accentuatissimo, coronato talora persino dal glacialismo), sedimentarie (a tipo prevalentemente clastico più o meno grossolano); complesso di fenomeni fisici che si ripercosse naturalmente sulla vita organica producendovi una grandiosa crisi biologica, in parte distruttiva rispetto alla vita marina ed in parte formativa riguardo a quella continentale.

In Europa le note arenarie varicolori, i *Rothliegende* della Germania, corrispondenti ai *New Red Sandstone* dell'Inghilterra, al *Grès rouge* della Francia, al *Verrucano* d'Italia, ecc., raggiungono spesso la potenza di un migliaio di m. ed anche più; così di oltre 1200 m. (specialmente Permiano inferiore ancora qua e là carbonifero) ad Autun in Francia, di più che 2000 m. forse 2500 (specialmente Permiano medio) in Baviera, come pure nella Germania settentrionale dove la serie permiana superiore (il cosidetto *Zechstein*), rappresentata da Calcari, Dolomie, Schisti argillosi, Gessi, ecc., ingloba molte centinaia di metri di depositi salino-maremmani costituenti i famosi giacimenti di sali potassici, magnesiaci, clorurici, ecc. di Stassfurt.

Nelle Alpi la serie permiana, che è rappresentata spesso, come la soggiacente e connessa carbonifera, da formazioni semi-cristalline, e quindi di facies un po' arcaica, che ricevettero svariatissimi nomi (Vedi: F. Sacco — *Alpes Occid.*, 1913, pag. 28-33), nonchè da schisti varicolori (Argilloliti, Roiaiti e simili), conglomerati anagenitici, ecc., con graduale passaggio al Trias inferiore, mostra

talora un migliaio di m. di potenza, come per esempio in alcune regioni delle Alpi Marittime attorno al gruppo gneissico-granitico dell'Argentera; talvolta la sua potenza è anche maggiore, ma vi intervengono ad accrescerla formazioni di origine endogena variamente costituite o trasformate.

Nel Nord America i depositi del Permiano, specialmente fluvio-lacustri o maremmani, cioè arenaceo-conglomeratici con schisti varicolori qua e là gesso-saliferi, nonchè con qualche banco calcareo, assumono naturalmente spessori abbastanza notevoli, così da 760 m. nel Kansas (secondo Prosser) a 1700 m. e persino 2300 m. nel cosidetto Llan Estacado del Texas.

Nell'Australia la serie permiana, con intercalazioni di tipo glaciale (secondo David) ha talora spessori di quasi 1300 m.; ma nel New South Wales, secondo Kayser, essa raggiunge anche 4300 m. di potenza.

Analoghe formazioni sedimentarie, connesse al glacialismo, hanno altrove spessori di 400 (come nel Sud Africa), 700 e più metri come nell'India.

Anzi nell'Indostan la serie di Damuda, certamente alquanto comprensiva, giacchè (per quanto qua e là carbonifera) sembra rappresentare tutto il Permiano, sino al Trias inferiore, ha circa 3000 m. di potenza.

Nella Nuova Zelanda la serie permiana, o meglio permo-triassica, non essendo stato finora possibile scinderla con sicurezza, presenta pure (secondo Park) uno spessore di circa 3000 metri.

Per l'Osservatorio di Pino.

È noto a tutti che la nostra Torino ha il vanto di possedere il più ampio e grandioso fra gli Osservatorii astronomici italiani, in quel di Pino, Istituto universitario, che fra edifizi e materiale scientifico antico e nuovo è venuto a costare allo Stato, alla Provincia ed al Comune circa mezzo milione; ma a molti non sono ancora note le condizioni di abbandono in cui trovasi il detto Osservatorio e non certo per colpa di chi scrive. I ministri che precedettero l'on. Ruffini alla Minerva non provvidero ad assicurarne il funzionamento; adesso poi siamo in tempo di guerra e non si possono domandare sacrifizi al Governo. Intanto il pubblico, a cominciare

dalle Autorità, continua a rivolgersi a questa Direzione per lavori, informazioni, ecc., il che mi costringe a render noto che attualmente l'Osservatorio di Pino funziona come può, senza nessun assistente, perchè è impossibile trovare chi si adatti a vivere su questa vetta isolata ad un chilometro e mezzo dal villaggio di Pino, dove, fra l'altro, non si trova un medico e nemmeno una farmacia; dove l'unico mezzo di comunicazione con Torino (oltre al cavallo di San Francesco) è rappresentato da quella sgangherata automobile, che è una vera parodia, nella quale si trovano posti quando ne avanzano dal servizio Chieri-Torino, e con una spesa non piccola per impiegati a 1000 o 2000 lire. Solo se il Ministero si risolvesse a concedere agli addetti a quell'Istituto una adeguata idennità per disagiatissima residenza (senza luce elettrica, telefono, parafulmine, ecc.), si troverebbe qualche volenteroso il quale si condannasse a vivervi nell'isolamento, senza possibilità di arrotondarsi lo stipendio col dar lezioni o ripetizioni. Ma il Ministero non s'induce a quel sacrificio e ne è provenuto che lo scrivente, obbligato all'insegnamento universitario ed a compiere il lavoro di cinque impiegati scientifici, ha perduto un occhio e sta per perdere l'altro. Si aggiunga poi che il Ministero del Tesoro non vuole approvare proposte d'impiegati che non sieno mutilati. Certo, in quest'ora solenne, è doveroso venire in aiuto a chi si sacrificò per la patria; ma pei mutilati si possono trovare posti in tutte le altre amministrazioni ed uffici fuorchè negli Osservatorî Astronomici, nei quali gli assistenti devono avere in buono stato: la vista per osservare, l'udito per ascoltare le battute del cronografo, le mani per servirsi degli strumenti e per calcolare, gli arti inferiori per salire sulle scalette degli strumenti stessi, ecc.

Sicchè attualmente l'Osservatorio funziona in condizioni impossibili, ed è bene che il pubblico lo sappia. Oggi, che si mettono in luce i più piccoli sacrifizi fatti per la patria, sembra opportuno che si conosca con quali stenti si riesce a tenere in piedi l'Osservatorio di Pino. Ultimamente poi qualche capo-divisione alla Minerva ha esteso a quella pubblicazione scientifica d'interesse internazionale che è l'*Annuario Astronomico* dell'Osservatorio di Pino, il divieto concernente la pubblicazione degli Annuari universitari, che si riducono ad un elenco di nomi. Finora l'*Annuario Astronomico* permetteva all'Italia la partecipazione al lavoro internazionale delle grandi Effemeridi; oggi invece chi scrive si vede costretto a diramare circolari agli Osservatorî, Accademie, ecc.

del mondo intero per giustificare il mancato largo contributo (1) dato finora dall'Italia a quel lavoro internazionale mediante l'Osservatorio di Pino. Che se la Minerva non ritornerà sulle proprie decisioni, accadrà che l'Italia rimarrà senza calendarî, i quali pur servono in tanti usi della vita moderna. Chi non s'interessa alle ore del sorgere o del tramonto del Sole e della Luna, che variano da una città all'altra? E le fasi della Luna, gli ecclissi, le ore dell'alta e bassa marea, l'equazione del tempo, il principio delle stagioni? Senza calendari come si conoscerà quando deve cominciare e finire l'ora legale del Comm. Luiggi? E le feste civili e religiose, compresa quella festa che è rappresentata dal 27 del mese per gl'impiegati? Soppressi gli Annuarî, i calendari *et similia*, rimarrà come paralizzata la vita nazionale. Si è badato a tutto questo quando si è voluto proibire agli Osservatorî la pubblicazione dei loro Annuarî?

Se fosse lecito a chi scrive l'esporre il proprio parere, egli direbbe che la più grande sventura del nostro paese consiste nel rapporto stragrande del numero degli avvocati e letterati a quello degli uomini tecnici e, diciamolo, più pratici. Cosa possono comprendere gli avvocati (i quali per altro sono nella massima parte a capo delle pubbliche amministrazioni) della vita e dei bisogni dei nostri istituti scientifici? G. BOCCARDI.

Risposta al I Quesito (*V. pag. 38*).

Dimostrare come nella ipotesi degli antichi, che il Sole percorresse con moto uniforme un cerchio entro al quale la Terra trovavasi a piccola distanza dal centro, si doveva ottenere per questa eccentricità un valore **doppio** *di quello che otteniamo noi con la ipotesi del moto (apparente) del Sole in una ellisse di cui la Terra occupa un foco.*

Dò qui due dimostrazioni semplicissime, che non ho trovato in nessun autore.

1ª Dim. - Indichiamo con r, r',... le distanze del Sole dalla Terra, ossia i raggi vettori in diverse epoche dell'anno, e con $\Delta\theta$, $\Delta\theta'$,... gli angoli corrispondenti percorsi dal Sole in un tempo molto breve.

Per la legge delle aree, noi stabiliamo che si ha

(1) Le posizioni apparenti, per tutto l'anno, di ben 453 stelle.

$$r^2 \,\Delta\theta = r'^2 \,\Delta\theta \qquad , \qquad \frac{r^2}{r'^2} = \frac{\Delta\theta'}{\Delta\theta}.$$

Se supponiamo che r corrisponda al perigeo ed r' all'apogeo, che sono le condizioni più favorevoli per ottenere l'eccentricità e, avremo

$$\frac{\overline{a\,(1-e)}^{\,2}}{\overline{a\,(1+e)}^{\,2}} = \frac{\Delta\theta'}{\Delta\theta}.$$

Sviluppando e trascurando e^2 come piccolissima quantità rispetto ad a, giungiamo a

(1) $$\frac{1-2e}{1+2e} = \frac{\Delta\theta'}{\Delta\theta}.$$

Per noi i $\Delta\theta$ variano per la diversa velocità del Sole; per gli antichi invece il crescere di $\Delta\theta$ al diminuire di r, dipendeva dal fatto che l'archetto costante percorso dal Sole in un dato tempo era veduto dalla Terra sotto un angolo maggiore quando r diminuiva. Poichè gli angoli $\Delta\theta$ sono molto piccoli, possiamo supporli variare come le loro tangenti e poichè le tangenti degli angoli visuali sotto i quali è veduto un oggetto di dimensioni costanti sono nella ragione inversa delle distanze, scriveremo

$$\frac{r}{r'} = \frac{\theta'}{\theta}.$$

E pel caso del perigeo e dell'apogeo, chiamando e' l'eccentricità nella ipotesi degli antichi,

$$\frac{a\,(1-e')}{a\,(1+e')} = \frac{\Delta\theta'}{\Delta\theta}.$$

ossia (2) $$\frac{1-e'}{1+e'} = \frac{\Delta\theta'}{\Delta\theta}.$$

Poichè i secondi membri di (1) e (2) sono eguali, giungiamo alla relazione

$$\frac{1-2e}{1+2e} = \frac{1-e'}{1+e'},$$

quindi $$e' = 2e.$$

C. B. D.

(Continua).

OTTOBRE 1917.

DIARIO DELL'OSSERVATORE

(Tempo medio civile dell'Europa centrale).

1. — *Giove* stazionario alle 17^h.
1. — *Marte* in congiunzione con *Saturno* a 13^h (Marte a 0°40′N).
3. — *Mercurio* al perielio a 7^h.
4. — *Mercurio* alla più grande elongazione a 14^h (17°53′W).
5. — *Giove* in congiunzione con la *Luna* a 10^h (Giove a 2°57′S).
9. — *Nettuno* in conginnzione con la *Luna* a 22^h (Nettuno a 2°36′N).
10. — *Saturno* in conginnzione con la *Luna* a 10^h (Satnrno a 3°52′N).
10. — *Marte* in congiunzione con la *Luna* a 21^h (Marte a 5°2′N).
13. — *Venere* in conginnzione con δ *Scorpione* a 6^h (Stella a 0°4′S).
13. — *Mercurio* alla più grande latitndine eliocentrica N a 14^h.
14. — *Venere* all'afelio a 17^h.
15. — *Mercurio* in congiunzione con la *Luna* 6^h (Mercnrio a 7°32′N).
19. — *Venere* in conginnzione con la *Luna* a 21^h (Venere a 0°8′S)
20. — *Mercurio* in congiunzione con θ *Vergine* a 16^h (Stella a 0°5′N)
24. — Il *Sole* entra nel segno dello Scorpione a 0^h 35^m.
25. — *Urano* in congiunzione con la *Luna* a 5^h (Urano a 4°44′S).
30 — *Urano* stazionario a 9^h.
31 — *Nettuno* in quadratnra col *Sole* a 3^h.

Fasi della Luna.

7	Ottobre	Ultimo Qnarto	a 23^h 41^m
16	»	Lnna Nnova	a 3^h 41^m
23	»	Primo Qnarto	a 15^h 38^m
30	»	Lnna Piena	a 7^h 19^m
Apogeo 12	»		a 2^h
Perigeo 28	»		a 0^h

NOVEMBRE 1917.

1. — *Giove* in conginnzione con la *Luna* a 17^h (Giove a 2°55′S).
3. — *Mercurio* in congiunzione snperiore col *Sole* a 19^h.
5. — *Venere* alla più grande latitndine eloicentrica S a 21^h.
6. — *Mercurio* nel nodo discendente a 0^h.
6. — *Nettuno* in conginnzione con la *Luna* a 6^h (Nettnno a 2°53′N).

6. — *Saturno* in congiunzione con la *Luna* a 22h (Saturno a 4°19′N).
7. — *Saturno* in quadratura col *Sole* a 6h.
8. — *Marte* in congiunzione con la *Luna* a 15h (Marte a 6°46′N).
9. — *Nettuno* stazionario a 21h.
12. — *Urano* in quadratura col *Sole* a 21h.
15. — *Mercurio* in congiunzione con la *Luna* a 10h (Mercurio 1°48′N).
16. — *Mercurio* a l'afelio a 6h.
18. — *Venere* in congiunzione con la *Luna* a 16h (Venere a 4°4′S).
21. — *Urano* in congiunzione con la *Luna* a 11h (Urano a 4°57′S).
22. — Il *Sole* entra nel segno del Sagittario a
26. — *Saturno* stazionario a 5h.
26. — *Giove* in opposizione al Sole a 6 .
28. — *Giove* in congiunzione con la *Luna* a 21h (Giove a 3°7′S).
30. — *Venere* alla più grande elongazione a 15h (47°14′E).

Fasi della Luna.

6 Novembre	Ultimo Quarto	a	18h 3m
14 »	Luna Nuova	a	19h 28m
21 »	Primo Quarto	a	23h 29m
28 »	Luna Piena	a	19h 41m
8 »	Apogeo	a	18h
24 »	Perigeo	a	7h

T. Comi.

De Maria Giuseppe, *Gerente responsabile*.

Torino, 1917 — Tipografia San Giuseppe degli Artigianelli.

Anno VII Torino, Novembre - Dicembre 1917 Num. 11-12

Previsioni astronomiche a lontana scadenza.

Nota di G. Boccardi

I.

La previsione dell'avvenire è stata in ogni tempo la costante preoccupazione ed il tormento della umanità.

Aùguri, sibille, pitonesse, astrologi, ecc., sono una prova di codesta affannosa ricerca, siccome pure dell'umana credulità. Ma, lasciando da parte la previsione degli atti umani, quella dei fatti o fenomeni fisici fu resa possibile quando la scienza divenne degna di questo nome, liberandosi dalle pastoie dell'empirismo, e sopratutto facendo ricorso alla precisione delle matematiche. Però fra le scienze cosmiche quella che più di ogni altra può vantarsi della sicurezza delle proprie previsioni è certamente l'astronomia. La sicurezza con cui gli astronomi leggono nell'avvenire e predicono tanti anni prima, pel tal giorno, per quell'ora e per quel minuto il principio di un ecclisse di Sole o di Luna, la fase massima dello stesso, e la sua durata; oppure quella comparsa di una piccola macchia nera al lembo del Sole, che costituisce un passaggio di Mercurio o di Venere; o finalmente il ritorno di una cometa; questa sicurezza, dico, è caratteristica dell'Astronomia e le concilia anche presso i profani ammirazione e rispetto. Però non sono molti coloro che conoscono la portata, diciamo così, di questo privilegio della scienza dei cieli; quasi tutti, indòttivi anche dalla facilità con cui in certi libri di scienza si giuoca con le migliaia di secoli [1], suppongono che le previsioni astronomiche godano tutte, anche quelle a lontanissima scadenza, dello stesso grado di precisione, mentre in realtà quella precisione varia in ragione inversa

1) Lo stesso Pontécoulant cade in una enorme esagerazione quando scrive: « Le géomètre..... prédit les états futurs du système et les changements que *des millions d'années* suffirent à peine pour dévoiler aux regards des observateurs (*Théorie analytique, etc.* - Introduction).

della lontananza dell'evento, anzi, a voler sfiorare il linguaggio scientifico, in ragione inversa del quadrato del tempo.

Stimo dunque non inutile l'indicare in queste pagine i termini di quella precisione, anche se con ciò io corra rischio di far cadere dal capo dell'Astronomia quell'aureola che la circonda.

II.

La sicurezza delle previsioni dell'Astronomia le viene dal fatto che essa è poggiata tutta sulle scieuze esatte[1], essendo anzi il più bel ramo delle matematiche applicate. Certamente ognuno riconosce nella matematica la precisione assoluta; ma non è da perdere di vista che essa dà quello che vi si mette e, quando è applicata a fatti fisici, richiede una o più ipotesi, e le sue conclusioni hanno tanto valore quanto ne hanno le ipotesi suddette. In tal caso la matematica è un istrumento puro e semplice, sarei per dire, un istrumento cieco, nel senso che bisogna ben guidarla nelle sue conclusioni e ben valutare il senso e l'estensione di queste.

Inoltre, quando si applica la matematica ai fenomeni fisici, bisogna necessariamente introdurre dati di fatto che si esprimono in certe misure e, siccome ogni misurazione effettivamente eseguita non è di assoluta esattezza, ma di precisione relativa, cioè fino a tal grado, ne consegue nella previsione dei fenomeni una precisione relativa. Quando poi trattasi di prevedere fenomeni o fatti astronomici molto lontani, si vengono sempre a moltiplicare per un gran numero di anni alcuni dati di fatto astronomici, espressi con misure affette sempre da qualche piccolo errore ine-

1) Si comprende che io mi restringo all'Astronomia classica, perchè la cosa va altrimenti per l'Astrofisica, nella quale si comiucia appena a scoprire qualche legge e, pel resto, si vaga nel campo delle ipotesi. È bene che i profani intendano questa distinzione, per evitare da parte loro commenti poco favorevoli ad alcune affermazioni dei cultori di Astrofisica. Certo si rimane scossi quando si vede il P. Secchi fissare con tanta asseveranza a 5 milioni di gradi la temperatura del Sole, mentre oggi sappiamo che essa è compresa fra 6 e 7 mila gradi. Si rimane diffidenti quando si sente da taluno annunziare che il Sole esiste da 18 milioni di anni e nou potrà durare nello stato incandescente che 15 altri milioni di anni e, secondo altri, fatta ragione della proprietà del radio, altri 60 milioni. Io domando qual concetto debbano formarsi i profani di una scienza che sembra così poco scienza. Certamente colpiscono le forti espressioni usate dal Pontécoulant alla fine della Introduzione al suo Trattato, che sferzano l'Arago, il quale per la smania della popolarità e pel desiderio di coltivare un'astronomia accessibile a tutti, aveva ridotto l'Osservatorio di Parigi ad aver bisogno delle osservazioni della Germania per rinvenire il pianeta Nettuno, divinato da Le Verrier. Con l'occuparsi della polarizzazione della luce e dei fenomeni crepuscolari, a Parigi non si sapeva più servirsi dell'equatoriale.

vitabile. Ne proviene che quell'errore, moltiplicato per un numero assai grande, fa sì che l'incertezza sulle previsioni sia grandissima. Così svanisce quella precisione che sembra caratteristica esclusiva delle predizioni astronomiche.

Una immagine di quanto ho detto la troviamo nella determinazione dell'orbita di un astro recentemente scoperto. Rigorosamente, tre osservazioni complete, cioè le ascensioni rette e le declinazioni dell'astro osservate in tre date sono necessarie e sufficienti per poterne assegnare l'orbita, se trattasi di un pianeta. Ed effettivamente, appena si posseggono tre osservazioni siffatte, si calcola una prima orbita del pianeta, cioè se ne determinano le sei costanti che la fissano, i sei *elementi*. Facendo il calcolo a ritroso, per riprova, partendo da quei sei elementi si rappresentano i tre luoghi, e per ognuno di essi la posizione calcolata deve coincidere con la posizione osservata, entro i limiti di precisione del calcolo numerico.

Ma accade sempre che al moltiplicarsi delle osservazioni, la qual cosa permette di determinare *nuovi e più precisi* elementi dell'orbita, si trova che gli elementi primitivi rappresentavano soltanto una prima e grossolana approssimazione. Per esempio, la longitudine del nodo ascendente aveva bisogno di 5′ di correzione, la longitudine del perielio, di 20′ e più.

Perchè ciò? Perchè le tre primitive osservazioni erano inevitabilmente affette da piccoli errori. In mancanza di meglio, si sono prese come assolutamente esatte e si è risoluto il problema di determinare un'orbita mediante tre osservazioni complete, problema che (con approssimazioni successive, è vero) si risolve rigorosamente. L'orbita trovata sarebbe esatta se lo fossero assolutamente le tre osservazioni di base; ma piccoli inevitabili errori sulle osservazioni producono notevoli errori sugli elementi dell'orbita calcolati.

Quando si possiede un'orbita corretta, questa rappresenta bene, non solo le tre prime osservazioni, ma anche tutte le altre; però i luoghi osservati devono per necessità discostarsi alcunchè dai luoghi calcolati, e se l'orbita è di alta precisione, quelle divergenze dànno gli errori effettivi delle singole osservazioni.

Con tre sole osservazioni vicine si ha un piccolo archetto dell'orbita, e come in un disegno geometrico per tre punti molto vicini passano archi di curve molto diverse, così si può soddisfare alle tre prime osservazioni con diverse orbite, con diverse serie di elementi.

Un altro esempio è quello della parallasse di un astro determinata con una base insufficiente, com'è il caso delle stelle, sulle parallassi delle quali rimangono notevoli incertezze. Piccoli inevitabili errori sulle due direzioni alla stella dai due estremi della base, piccoli inevitabili errori relativi sugli angoli che formano con la base le due direzioni alla stella producono grandi errori relativi sulla parallasse. All'istesso modo il piccolo errore residuale sul moto medio di un pianeta produce un notevole errore sulla sua longitudine media nell'orbita, quando se ne vuole assegnare il posto di qui a un migliaio di anni.

Prendiamo la Terra, il moto medio diurno della quale è conosciuto con tanta precisione che su di esso rimane appena l'incertezza di ±0",000 005. Quel moto medio, come è dato dalla osservazione, è nel 1900,0 eguale a 3548",192 832. Se vogliamo la longitudine media della Terra in gennaio 1,0 del 2900, partendo da quel moto medio e da una longitudine media (supposta assolutamente esatta) in gendaio 1,0 del 1900, pel solo fatto della incertezza residuale sul moto medio diurno avremo un errore di circa 2" su quel luogo medio. Ma in 1000 anni ben altre incertezze rimarrebbero sulla posizione della Terra, in causa della imprecisione degli altri suoi elementi, sopratutto per gli errori inevitabili nel calcolo delle perturbazioni.

Si può anche paragonare il calcolo fatto per prevedere un fenomeno celeste a molto lontana scadenza ad una estrapolazione, perchè le osservazioni astronomiche di precisione abbracciano appena un periodo di 180 anni; gli enti astronomici, gli elementi numerici, a rigore, valgono soltanto per questi 180 anni, ed il servirsene per previsioni a lontana scadenza è una estrapolazione. E qui è bene assodare che gli istanti di un ecclisse calcolati a più o meno 2000 anni dall'epoca nostra, possono essere incerti per molti e molti minuti e che gli stessi ecclissi dei nostri giorni lasciano una divergenza di molti secondi di tempo, fra la osservazione ed il calcolo, Similmente si assegnano le date del passaggio di Venere sul Sole fino all'anno 2368 (11 dicembre); ma queste sono epoche di probabili passaggi; un calcolo ulteriore, fatto nelle epoche relative, preciserà se il passaggio avrà luogo effettivamente e quali saranno gli istanti dei quattro contatti. L'incertezza proviene dacchè le Tavole dei pianeti dell'epoca nostra, anche le più perfette, rappresentano con precisione i luoghi di quegli astri per non più di ±400 anni relativamente all'epoca nostra.

III.

In molti trattati di Astronomia si esprimono con cifre sbalorditive.

1° il periodo della precessione;

2° il numero di anni necessario per far variare quello delle epoche in cui l'equazione del tempo si annulla;

3° i periodi entro i quali l'eccentricità dell'orbita terrestre, l'obliquità dell'eclittica, ecc., compiono le relative oscillazioni complete.

Ora è bene si sappia su quali fondamenti poggi la determinazione di siffatti periodi.

La precessione degli equinozî fu veramente scoperta or sono più di 2000 anni da Ipparco; ma le osservazioni di quell'epoca erano tanto poco precise, che il valore della costante della precessione annua, come risulterebbe dal confronto delle posizioni delle stelle in quell'epoca alle posizioni odierne, può essere in errore di 0″,3; e con tale errore il periodo della precessione varia di 160 anni. Altro che la precisione matematica a cui ci ha abituati l'Astronomia! Ma si preferisce dedurre la costante della precessione dalle osservazioni di questi ultimi 200 anni. Partendo dalle osservazioni di stelle fatte in questi due ultimi secoli, si trova per una data epoca entro questo periodo (p. es. 1750,0, 1850,0, 1900,0) il valore della costante di precessione annua in longitudine con una incertezza di ±0″,01. Ne seguirebbe una incertezza di appena 5 anni sul periodo della precessione.

Ma ragionando a questo modo si cade nell'errore di chi pretendesse determinare l'orbita esatta di un pianetino con osservazioni estendentisi a non più di un mese. Infatti noi sappiamo appena che dalle osservazioni di stelle eseguite in questi ultimi due secoli risulta per la costante della precessione annua in longitudine, secondo Newcomb, pel 1900,0 il valore: 50″,2564 per un anno tropico; ma l'andare avanti per 26 migliaia di anni con questa cifra valevole soltanto per l'epoca nostra, è fare una estrapolazione rischiosa.

Piàcemi fermarmi sui varî metodi con cui si è calcolato il periodo della precessione annua.

Primo metodo. — Un primo metodo sarebbe quello di dividere il valore della circonferenza in secondi 1 296 000″, per quello della precessione annua in longitudine per un anno tropico, cioè 50″,2564

(1900,0). Si trova così anni 25 787,755. Ma questa soluzione, per quel che dicemmo, non è esatta.

Secondo metodo. — Qualche astronomo ha creduto più esatto il tener conto del termine del secondo ordine, cioè col quadrato del tempo. Applicando questo metodo ai valori di Newcomb, si tratta di risolvere l'equazione di secondo grado

$$1\,296\,000'' = 50'',256\,41 \,.\, t + 0'',000\,111\,15 \,.\, t^2,$$

quindi

$$t = 24\,464{,}096 \text{ anni.}$$

Infatti

$$1\,296\,000'' = 50'',256\,41 \times 24\,464{,}0956 + 0'',000\,111\,15 \times 24\,464{,}0956$$
$$= 1\,229\,477'',624$$
$$+ 66\,522'',383.$$

Non riesco a comprendere come il See, partendo dagli stessi dati di Newcomb e calcolando con questo metodo, abbia trovato per periodo 23379 anni, ancorchè egli abbia fatto il conto per 1850,0.

Chauvenet coi dati seguenti (pel 1850,0) $1\,296\,000'' = 50'',2411 . t + 0'',000\,113\,4 . t^2$ trova 24 447 anni. La differenza notevolissima fra questo numero e quello del See avrebbe dovuto far comprendere a questo che la piccola differenza fra i dati di Newcomb e quelli di Chauvenet non poteva produrre 1068 anni di differenza.

Ma questa soluzione, più rigorosa in apparenza, è ancor meno esatta. La ragione è che, essendo il termine con t^2 relativo alla sola epoca nostra, il supporlo costante per tutto il periodo della precessione produce un errore che varia come il quadrato del tempo.

Basta un istante di riflessione per far capire che se il termine con t^2 fosse sempre qual'è attualmente, la variazione annua, la quale per l'epoca nostra è

$$\frac{d\Psi}{dt} = \frac{dt}{d}\,(50'',2564 . t + 0'',000\,111\,15 . t^2)$$

ossia

$$\frac{d\Psi}{dt} = 50'',2564 + 0'',000\,2223 . t,$$

quella variazione andrebbe crescendo col tempo; per modo che a capo ad un periodo intero di circa 26 000 anni, la costante della precessione annua, che oggi è 50'',2564, diverrebbe notevolmente più grande. E così crescerebbe di periodo in periodo. Data poi la sterminata antichità dello stato attuale del sistema solare, la costante della precessione odierna dovrebbe essere molto più grande di quello che è, salvo se si volesse ammettere che il suo valore primitivo fosse stato piccolissimo, ma ciò contrasta con diversi principî di Meccanica celeste.

La verità è che il valore della costante di precessione oscilla nella durata dell'intero periodo fra limiti ristretti; i quali sono approssimativamente

$$48'',212 \text{ e } 52'',664.$$

Se dunque oggi il termine con t^2 ha coefficiente positivo, con che la costante di precessione annua va aumentando, quel termine comincerà a diminuire fino a che quella costante abbia raggiunto il valore massimo 52″,664, e d'allora in poi cambierà segno, per modo che la costante diminuirà fino al valore 48″,212.

Si comprende che io non ho tenuto conto del termine del 3° ordine, il quale, secondo Newcomb, è pel 1900,0

$$0'',000\,000\,000\,10 \,.\, t^3;$$

ciò perchè termini così piccoli possono avere soltanto un valore puramente numerico.

L'origine dei termini del 2° e 3° ordine è nota. Essi provengono dall'avere riguardo al lento spostamento dell'ecclittica: cioè nelle espressioni che dànno le variazioni della longitudine (per la precessione) e quella della obliquità si introducono i prodotti della inclinazione dell'ecclittica *vera* sulla ecclittica *fissa* pel seno e pel coseno della longitudine del nodo ascendente dell'ecclittica vera sulla fissa.

Fermandoci alla *precessione generale* Ψ_m, che determina la posizione dell'equatore *medio* rispetto all'ecclittica *vera* dell'epoca t, ed all'obliquità media θ_m per l'epoca t, abbiamo le formole [1]

$$\Psi_m = \mathrm{P}\,t + \mathrm{P}'t^2 \quad , \quad \theta_m = \theta_1 + \mathrm{Q}\,t + \mathrm{Q}'\,t^2,$$

dove le quantità P, P', Q, Q' sono funzioni di costanti dell'orbita solare, come ad esempio le quantità g, r, g', r', che fissano gli spostamenti secolari del piano dell'ecclittica, essendo

$$i \sin \Omega = g\,t + r\,t^2$$
$$i \cos \Omega = g'\,t + r'\,t^2.$$

Qui i è l'angolo che forma l'ecclittica dell'epoca t con l'ecclittica fissa ed Ω è la longitudine del nodo della 1ª ecclittica sulla 2ª contata dall'asse fisso OX.

Per avere i valori numerici, occorre introdurre i valori seguenti

$$g = +\,0'',058\,88$$
$$r = +\,0'',000\,019\,64.$$

1) Tisserand, II volume, pag. 437.

Ora nei termini $i \sin \Omega$ ed $i \cos \Omega$, le variazioni di i sono incerte. Quanto al valore 0",468 della variazione annua dell'obliquità (nel 1900,0), esso è dedotto dalle osservazioni e corrisponde all'epoca nostra ed è abbastanza sicuro. Non così delle variazioni di Ω.

Ne segue che il termine con t^2 nella precessione è incerto e non si può andare innanzi con esso per diecine di migliaia di anni.

Coi simboli di Pontécoulant (II volume, lib. IV, cap. IV) si ha

$$p = \Sigma \, B \sin (bt + \beta) = tg \, i \sin \alpha \, .$$
$$q = \Sigma \, B \cos (bt + \beta) = tg \, i \cos \alpha .$$

Ed in numeri

$$p = 0'',066\,314 \, . \, t + 0'',000\,018\,658 \, . \, t^2$$
$$q = 0'',456\,917 \, . \, t + 0'',000\,005\,741 \, . \, t^2 .$$

Senza riferire qui valori dati per le costanti della precessione (termini del 1° e 2° ordine) da Bessel, Struve, Le Verrier, Newcomb, ecc., diremo che l'accordo è soddisfacente, salvo per Le Verrier.

IV.

Diremo adesso brevemente degli altri lunghissimi periodi.

Dopo la precessione viene naturalmente il periodo di una oscillazione completa della obliquità dell'ecclittica, cioè il tempo necessario perchè essa prenda due volte (nel crescere e nel diminuire) tutti i valori possibili.

Se per la precessione l'accordo fra i valori dati da diversi astronomi è soddisfacente, non è così per l'obliquità. Mentre gli antichi pensavano che essa potesse oscillare di ± 5° intorno al valore pel 1750,0, autori più recenti dànno appena ± 1°. 23′ di variazione rispetto al valore pel 1850,0.

Col valore degli antichi si avrebbe un periodo di 153 000 anni per una oscillazione completa; col valore dei moderni si va appena a 42 000. Il disaccordo è completo. Si noti che questi periodi sono calcolati in base alla ipotesi di una variazione uniforme.

Inoltre se l'incertezza sul valore della precessione annua in longitudine è di appena $\frac{1}{50\,000}$, per l'obliquità l'incertezza della variazione annua è *oggi* di $\frac{1}{100}$, ma or sono cinquant'anni, mentre si possedeva un valore esatto per la costante di precessione, per quella della variazione della obliquità l'incertezza giungeva ad $\frac{1}{50}$.

Ecco infatti alcuni valori di detta variazione, coi termini del 1° e 2° ordine ed in un caso anche del 3°.

1750,0	Pontécoulant	$-0'',457\,383\,.t$	$-0'',000\,002\,3323\,.t^2$	
	Bessel	$-0'',483\,68\,.t$	$-0'',000\,002\,722\,95\,.t^2$	
1850,0	Le Verrier	$-0'',475\,66\,.t$	$-0'',000\,001\,49\,.t^2$	
	Oppolzer	$-0'',475\,94\,.t$	$-0'',000\,001\,43\,.t^2$	
1900,0	Newcomb	$-0'',468\,44\,.t$	$-0'',000\,060\,.t^2$	$+\frac{183''}{10^8}\,.t^3$

Un semplice sguardo a questi valori fa comprendere quanto sia temerario il parlare della durata di una oscillazione completa; molto più poi quando si badi alla incertezza che rimane sulla entità della escursione, ossia ampiezza. Almeno, per la precessione, fatti nuovi importanti non sono da temere nelle migliaia di anni che seguiranno l'epoca nostra, per modo che nella più dannata ipotesi l'incertezza sulla durata del periodo potrà essere di $\frac{1}{26}$; invece per l'obliquità l'incertezza non si esprime con una frazione del valore del periodo, ma con un numero intero, che può essere *3* o *4* volte il periodo stesso.

Un altro dei periodi sterminati è quello relativo alla oscillazione della eccentricità dell'orbita terrestre. In questa ineguaglianza è tale l'incertezza dei limiti della oscillazione che non può assegnarsene un periodo senza esporsi al più grave errore. Secondo Le Verrier, il limite superiore della eccentricità sarebbe 0,077; ma quanto all'inferiore, se ne sa ancor meno. Si dimostra, è vero, in Meccanica celeste che, quando si ha riguardo alle prime potenze delle masse, ha luogo la relazione

$$m\sqrt{a}\,e^2 + m\sqrt{a'}\,e'^2 + ,,... = \text{costante},$$

dove le a e le e sono il semiasse maggiore e l'eccentricità dei diversi pianeti maggiori del nostro sistema.

Ma quando si passa alle seconde potenze, si va incontro agli stessi inconvenienti della dimostrazione di Poisson nell'estendere l'invariabilità degli assi maggiori alle seconde potenze (Vedi qui appresso *Considerazioni sulla durata dell'anno sidereo*).

Del resto, vedremo che gli stessi assi maggiori subiscono variazioni, le quali, pure annullandosi dopo un lunghissimo periodo, raggiungono valori ogni volta sempre più grandi; ed allora la condizione ora scritta non sussiste più.

E poichè siamo a parlare di questo caposaldo della stabilità del nostro sistema, sarà bene rilevare fin d'adesso che, potendo le variazioni degli assi maggiori elevarsi a quantità notevoli, a nulla serve, nei riguardi della *stabilità*, il dimostrare che dopo ogni periodo quelle variazioni si annullano; perchè variati gli assi suddetti, variano le perturbazioni, crescendo anch'esse senza limite, ed allora non è affatto vero che gli assi maggiori ritornano ai valori attuali; prima che ciò avvenga, già le perturbazioni avranno turbata la *stabilità* del sistema.

Dopo ciò si vede quanto sia poco esatto l'affermare, come si fa ordinariamente nei libri di testo:

La stabilità del sistema planetario è assicurata, rispetto alle eccentricità ed inclinazioni, fino a qualunque limite si spingano le approssimazioni, ossia per tutte le potenze delle eccentricità ed inclinazioni.

Per quel che concerne l'entità della eccentricità terrestre e delle sue variazioni secondo Le Verrier-Gaillot, si ha pel 1900,0

$$e = 0{,}016\,7498 - \frac{4258}{10^{10}} \cdot t - \frac{137}{10^{13}} \cdot t^2.$$

Secondo Newcomb, si ha pel 1900,0

$$e = 0{,}016\,751\,04 - \frac{4180}{10^{10}} \cdot t - \frac{126}{10^{13}} \cdot t^2.$$

Ordinariamente si dice che l'eccentricità diminuirà per altri 23 000 anni; ma dalle cose dette si rileverà quanto poco fondamento abbia una simile affermazione.

Riguardo all'epoca in cui gli zeri della equazione del tempo si sarebbero avuti due volte, anzicchè quattro, nell'anno, epòca che si fissa a 100 000 anni addietro, sebbene gli elementi dell'orbita terrestre sieno conosciuti con relativa precisione, l'incertezza sulle perturbazioni fino a quell'epoca remotissima c'impone il più grande riserbo.

Poichè siamo a discorrere di piccolissime variazioni di lunghi periodi, accenneremo soltanto alla variazione secolare dell'anno tropico dovuta al 2° termine della precessione, che è di

$$1^d \times \frac{614}{10^{10}}$$

all'anno, sicchè la durata dell'anno tropico varia di 1^s in 190 anni.

Quanto all'anno sidereo, come dicemmo, occorrono 10.500 anni perchè esso cresca di 1^s. Ma si comprende che dove entrano le

diecine di migliaia di anni non si può garantire nulla, molti fatti potendo venire in luce in sì lungo tempo. Vi penseranno gli astronomi dell'avvenire.

Soggiungo qui la variazione della longitudine del perielio dell'orbita terrestre secondo Newcomb,

$$+61'',8903 \, . \, t + \frac{163''}{10^6} \, . \, t^2 + \frac{12''}{10^9} \, . \, t^3.$$

Per questo moto diretto, combinato con quello retrogrado dell'equinozio di primavera, il perielio dell'orbita terrestre farebbe il giro della sfera in poco più di 11 000 anni.

Per completare questa rassegna, accenneremo alle infinitesime variazioni del giorno medio e del giorno sidereo. Se chiamiamo ζ la longitudine di un meridiano qualsiasi della Terra, contata dal Sole medio nel senso diretto, la durata del giorno medio è il tempo necessario perchè ζ cresca di 360°; in questa durata dunque entrano la velocità di rotazione della Terra e quella del Sole medio sul piano dell'equatore.

La prima è assolutamente costante, mentre la seconda è leggermente variabile coi secoli.

Dunque la durata del giorno medio non è assolutamente costante.

Quando si parla della variazione della durata dell'anno tropico, che si esprime in frazione di giorno medio, si viene a supporre tacitamente che il giorno medio, la misura in cui è espressa quella variazione sia costante; ma la frazione di cui varia l'anno tropico è tanto piccola, che la variazione del giorno medio nel corso dei secoli non vi ha nessun influsso.

In Meccanica celeste si dimostra che la durata del giorno medio varia in un anno di $-1^d \times \frac{11\,774}{10^{17}}$, cioè 1^s in 98 milioni di anni. Similmente il giorno sidereo subisce una variazione che, espressa in frazione di giorno medio è di $-\frac{59}{10^{14}}$, cioè di 1^s in 19 milioni e 600 mila anni. Ma prima che trascorra un solo migliaio di anni, le idee degli astronomi su questo argomento saranno modificate di molto.

Come conclusione, l'Astronomia moderna non può parlare con precisione se non di fatti a distanza di 2000 anni avanti ed indietro all'epoca nostra. Quando si vuol contare con le diecine di migliaia di anni, si esce dal campo dell'Astronomia per entrare in quello del romanzo.

V.

Considerazioni sulla durata dell'anno sidereo.

Si legge nei trattati che, avendo riguardo ai quadrati e prodotti delle masse, è stato dimostrato che i moti medii dei pianeti non subiscono ineguaglianze *secolari,* ma soltanto *periodiche.* Lagrange, Laplace e Poisson ne dedussero la *stabilità assoluta* del sistema solare; ma Poincarè[1] ha fatto distinzione fra la *stabilità alla Lagrange,* che ha luogo finchè ci si ferma alle prime potenze, e *la stabilità alla Poisson,* che ha luogo quando si ha riguardo alle seconde potenze. In questo ultimo caso gli elementi dell'orbita, compresi gli assi maggiori, possono prendere tutti i valori possibili, tornando però sempre, dopo lunghi periodi, ai valori primitivi.

A rigore, dall'ineguaglianza del 1° e 2° ordine che subisce l'elemento *longitudine* vera (e media) risulta che il *moto medio* non rimane *assolutamente* invariabile nei secoli.

Ordinariamente si dice che il moto medio dato da

(1) $$K^2 (1 + m) = n^2 a^3$$ [2],

---

1) *Méthodes nouvelles*, III, pag. 140.

2) l'espressione della 3ª legge di Kepler

$$K = \frac{2\,A}{t\sqrt{p}\,\sqrt{1+m}} \quad \left(2\,A = 2\,\pi ab, \sqrt{p} = \frac{b}{\sqrt{a}},\ A = \text{area}\right),$$

quando la si applica ai pianeti. Allora

$$K = \frac{2\,\pi\,ab}{T\sqrt{p}\,\sqrt{1+m}} = \frac{n\,a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{1+m}}.$$

Sicchè a è costante, ancorchè varii l'eccentricità, e quindi b, si ha sempre

$$K\,(1+m) = \frac{2\,\pi\,ab}{T\,\frac{b}{\sqrt{a}}} = \frac{2\,\pi}{T}\,a^{\frac{3}{2}}.$$

Dunque b si elimina, ed essendo a costante, l'espressione

$$K = \frac{2\,\pi}{T}\,a^{\frac{3}{2}}$$

dà T costante e quindi anche n costante, anche quando si ha riguardo alle masse, cioè nella 3ª legge esatta di Kepler. Però, se teoricamente si può immaginare che l'orbita di un pianeta si cambi in un'altra, nella quale l'eccentricità varii rimanendo costante l'asse maggiore, nella realtà, come vedremo fra poco, l'essenza delle perturbazioni è tale che la variazione della eccentricità si tira dietro quella della longitudine media, quindi del moto medio e dell'asse maggiore.

è costante nei secoli, non subendo che variazioni periodiche, cioè dipendenti dalla situazione reciproca dei corpi celesti; mentre la longitudine media, come risulta dalle osservazioni della longitudine vera, subisce anche perturbazioni secolari, quando si ha rigurdo al 1° ed al 2° ordine nelle approssimazioni. È chiaro che, in causa di queste perturbazioni l'anno sidereo, la durata del quale sarebbe costante per la invariabilità dei moti mèdî, varia per le perturbazioni secolari della longitudine media.

Dalla (1) risulta che il primo membro è costante, non contenendo altro che K^2 e le masse del Sole e della Terra; quindi, ammessa la costanza dei moti medii, ne segue quella degli assi maggiori e reciprocamente. Ma dalla teoria delle perturbazioni planetarie risulta che, se nel valore di ∂L si ha riguardo ai termini del 1° ordine rispetto alla eccentricità ed alla inclinazione, anche tenendo conto dei quadrati delle forze perturbatrici, si hanno per ΔL termini quasi insensibili della forma $A . nt$ (simboli del Pontécoulant). Se poi si ha riguardo anche al 2° ordine nella eccentricità e nella inclinazione, si hanno sulla longitudine media perturbazioni *secolari* della forma

$$\partial L = A . ndt + 2 B . t . dt,$$

ed integrando

$$\Delta L = A . nt + B . t^2,$$

ne segue che il termine Ant non fa altro che far variare il moto medio primitivo nel rapporto di 1 ad $1 + A$, di guisa che il moto medio, come deve risultare dalle osservazioni, sarà $(1 + A) n$, e quindi la variazione della longitudine media sarà $(1 + A) n . t$, per questo capo. Evvi poi la parte $B . t^2$, che è preponderante, avendo per fattore il quadrato del tempo.

Ecco l'espressione della longitudine media (liberata dall'aberrazione) della Terra, secondo Newcomb, per gennaio 0,3135 del 1900,0

$$99°.41'.48'',04 + 1\,296\,027'',6813 . t + \frac{1089''}{10^7} . t \quad (t = \text{anno giuliano}).$$

Da questa piccolissima variazione del moto medio, n, segue per la (1) una variazione nella distanza media a, la quale diventa $\frac{a}{(1 + A)^{\frac{2}{3}}}$. Quindi, a stretto rigore, per questo capo gli assi maggiori non sono assolutamente invariabili.

La distanza media così varîata, che risulta dalla longitudine vera osservata (e media dedotta) permetterà di risalire alla distanza media primitiva a, la quale entra nel calcolo delle pertur-

bazioni. Però la quantità A è una frazione tanto piccola perchè dell'ordine delle masse[1] del perturbato e del perturbante, rispetto a quella del Sole come unità, che non ne risulterebbe una correzione apprezzabile nella distanza media. Perciò non si ha riguardo a siffatta variazione infinitesima del moto medio, il quale si ritiene assolutamente costante.

È vero che a lungo andare l'effetto di A sulla distanza media non sarebbe più trascurabile se le stesse ineguaglianze secolari della eccentricità e della inclinazione (come tutte le altre ineguaglianze secolari) non fossero in fondo perturbazioni a lunghissimo periodo; dal che segue, per es., che in 100 mila anni A può divenire nullo e cambiar segno.

Dal termine $B \, . \, t^2$ risulta che effettivamente la longitudine media subisce una piccola variazione secolare; ma nei riguardi dei pianeti maggiori, questo termine è molto piccolo.

Per Giove esso è

$$0'',000\,000\,25 \, . \, t^2 \qquad (t = \text{un anno giuliano}).$$

Ne seguirebbe 25",0 a capo a 10 mila anni.

Ma per la Luna è noto che quel termine è eguale a $0'',001\,02 \, . \, t^2$, donde 10" in un secolo.

La variazione secolare dell'anno sidereo è di $\frac{11}{10^{10}} \, . \, t$, prendendo per unità il giorno medio, cioè di

$$0^d,000\,000\,0011\, t \qquad (t = \text{un anno giuliano}).$$

Faye (II volume, pag. 41) scrive che, se con osservazioni fatte durante alcuni secoli, or sono 5 mila anni, si fosse determinato il moto medio dei pianeti per quell'epoca, esso, sarebbe stato trovato certamente eguale a quello che troviamo noi; e che, per la Terra, l'anno sidereo non subisce ineguaglianze secolari. Ora ciò non è esatto. Ad esempio, per la Terra, l'anno sidereo, or sono 5 mila anni, era di $0^s,5$ più breve che attualmente.

VI.

Ora chiediamoci: Alla variazione secolare di quale degli elementi dell'orbita terrestre (e in generale dei pianeti) dobbiamo noi attribuire la piccolissima variazione della durata della rivoluzione siderea?

Teoricamente, pei pianeti in generale, le piccolissime variazioni

1) È dell'ordine del prodotto di quelle masse.

della longitudine media sono dovute alle variazioni di tutti gli elementi; ma l'elemento che più v'influisce è l'*eccentricità*. Per la Terra poi, quanto alla inclinazione (i) della ecclittica vera su quella di origine fissa, essa è piccolissima e le sue variazioni sono ancora piccolissime; ne segue che l'influsso delle variazioni secolari di i è di gran lunga inferiore a quello delle variazioni della eccentricità (e), le quali (mediante i termini A e B, indicati innanzi) agiscono direttamente in far variare la distanza media, il moto medio ed, in maniera molto più rilevante (relativamente), la longitudine media.

Quanto alle perturbazioni secolari del nodo (Ω), esse pei pianeti in generale poco influsso possono avere sulla longitudine media. Ma per la Terra quell'influsso è ancora più piccolo; perchè mentre pei pianeti la longitudine media nell'orbita si calcola riportando su di questa la longitudine del nodo, per la Terra, è vero che la traccia dell'ecclittica indietreggia ogni anno, ma la longitudine si conta sulla ecclittica vera, sulla quale si trova già il punto γ.

Le variazioni poi della longitudine del perielio (Π) non fanno che spostare l'orbita nel suo piano, facendone variare l'orientamento sulla sfera celeste, ma non alterano in modo sensibile la velocità del pianeta nella sua orbita.

Quindi non v'è che l'eccentricità, la quale con le sue variazioni secolari ne produca (di sensibili dopo non lunghissimo tempo) negli elementi che fissano il posto del pianeta sulla sua orbita, cioè principalmente la longitudine media ed in seconda linea il moto medio.

Nota I. — Invece di A Tisserand usa il simbolo $\frac{\sigma}{n}$.

Nota II. — Si può cercare un controllo della variazione che subisce in un anno la durata dell'anno sidereo, in quanto scrive Newcomb nel volumetto *The elements of the four inner planets* (pag. 187) sulla variazione secolare che subisce il moto medio centennanale della Terra. Questa variazione corrisponde al termine che con Pontécoulant abbiamo indicato con $B \cdot t^2$. Newcomb dà $-0'',0403\, T^2$, dove T è espresso in secoli; dunque per un anno detta variazione è di $0'',000\,004\,03\, t^2$ ($t =$ un anno giuliano).

Ora, quale frazione del moto medio annuo rappresenta questa variazione? La Terra percorre in un anno 1 296 000″, quindi

$$\frac{0'',000\,004\,03}{1\,296\,000} = \frac{1}{32 \times 10^{10}}$$

è presso a poco la frazione richiesta.

D'altra parte, quale frazione della durata dell'anno sidereo, rappresenta la variazione $\frac{11}{10^{10}}$ di giorno?

Poichè l'anno è eguale a 365,25, quella frazione è a un dipresso

$$\frac{1}{36} \times \frac{1}{10^{10}}.$$

Si vede che siamo presso a poco ricaduti sul valore trovato poc'anzi. Si tratta di numeri molto approssimati.

Newcomb (*The Elements of the four inner planets*, pag. 188) tratta della differenza fra l'ascensione retta τ e la longitudine L, entrambe pel Sole medio. Essa proviene da che il termine con T^2 non è eguale pel moto del Sole medio rispetto all'equinozio di primavera e pel moto del Sole medio in longitudine.

Quando si calcola l'ascensione retta del Sole medio con

$$\tau = \tau_0 + \mu . T + p . T,$$

dove p è il primo termine della precessione e T è il tempo espresso in secoli, fino a questi termini si ha l'accordo fra l'ascensione retta e la longitudine, ma quando s'introduce il termine con T^2 della precessione non vi è più accordo; perchè nella espressione di τ si adopera soltanto il moto medio μ (simbolo di Newcomb) ed in fatto di termini con τ^2 s'introduce solo quello dipendente dalla precessione, cioè $+ 1'',394 . T^2$ [1]. Invece nella espressione della longitudine L s'introduce la piccola *variazione* (nº 90, pag. 187) secolare del moto medio (oltre all'aberrazione) che si unisce col termine della precessione $+ 1'',109 . T^2$ Infatti, essendo $- 0'',040$ la *variazione* secolare del moto medio della Terra in un secolo (cioè che quel moto diminuisce di $0'',040$ in 100 anni), l'espressione di quella ineguaglianza è di $0'',020 . T^2$; quindi la variazione annua è

$$- 2 \times 0'',020 . T = - 0'',040 . T.$$

Nell'ascensione retta s'introduce μ senza il termine con T^2, perchè se si suppone μ variabile (ancorchè leggerissimamente) non si ha più il concetto di un Sole che si muova con moto uniforme, sul qual concetto riposa la definizione del Sole medio.

1) Questo termine dà luogo a quello della precessione annua in ascensione retta (pag. 196), dove è scritto $+ 0'',0279 . T$, perchè $+ 1'',394 . T^2$, dà per un secolo T (derivando), $2 \times 1'',394 . T = 2'',788 . T$ e per un anno $+ 0'',0279\, t$ (t = anno giuliano).

De Maria Giuseppe, *Gerente responsabile.*

Torino, 1917 — Tipografia San Giuseppe degli Artigianelli.

DIARIO DELL'OSSERVATORE

(Tempo medio civile dell'Europa centrale).

3. — *Nettuno* in congiunzione con la *Luna* a 15^h (Nettnno a 3°2′N).
4. — *Saturno* in congiunzione con la *Luna* a 7^h (Saturno a 4°36′N).
6. — *Mercurio* alla più grande latitudine eliocentrica S a 15^h.
7. — *Marte* in congiunzione con la *Luna* a 5^h (Marte a 8°0′N).
12. — *Marte* in quadratura col Sole a 6^h .
16. — *Mercurio* in congiunzione con la *Luna* 0^h (Mercnrio a 3°4′S).
17. — *Mercurio* alla più grande elongazione a 11^h .
18 — *Venere* in congiunzione con la *Luna* a 2^h (Venere a 5°30′S)
18. — *Urano* in congiunzione con la *Luna* a 18^h (Urano a 5°5′S).
22. — Il *Sole* entra nel segno del Capricorno a 10^h 37^m.
25. — *Mercurio* stazionario a 6^h.
25. — *Marte* alla più grande latitudine eliocentrica N a 13^h.
25. — *Mercurio* nel nodo ascendente a 15^h.
25. — *Giove* in conginnzione con la *Luna* a 24^h (Giove a 3°20′S).
30 — *Mercurio* al perielio a 6^h.
30. — *Nettuno* in congiunzione con la *Luna* a 22^h (Nettuno a 3°1′N).
31. — *Venere* in congiunzione con *Urano* a 9^h (Venere a 0°36′N).
31. — *Saturno* in congiunzioue con la *Luna* a 1^h (Satnrno a 4°37′N).

Fasi della Luna.

6 Dicembre		Ultimo Quarto	a 15^h 14^m
14	»	Luna Nuova	a 10^h 17^m
21	»	Primo Quarto	a 7^h 7^m
28	»	Lnna Piena	a 10^h 52^m
6	»	Apogeo	a 15^h
18	»	Perigeo	a 23^h

Eclissi.

Eclisse anulare di sole, 14 Dicembre 1917 (invisibile a Torino).

L'eclisse sarà generalmente visibile nelle regioni Antartiche, nel snd-ovest dell'Australia e nel sud-est dell'America del Snd.

Fasi generali dell'Eclisse.

Fasi	Tempo medio civile dell'Europa Centrale	Longitudini	Latitudini
Principio dell'eclisse generale	8^h 9^m,6	36° 58′ W	34° 20′ A
Principio dell'eclisse anulare	9 41 6	86 48 W	57 42 A
Principio dell'eclisse centrale	9 43 7	88 30 W	58 34 A
Eclisse centrale a mezzogiorno vero	10 23 4	37 47 E	89 57 A
Massimo dell'eclisse	10 27 2	125 27 E	88 2 A
Fine dell'eclisse centrale	11 10 6	156 20 E	55 42 A
Fine dell'eclisse annlare	11 12 7	154 53 E	54 48 A
Fine dell'eclisse generale	12 44 6	108 17 E	30 35 A

Eclisse totale di Luna, 28 Dicembre 1917 (visibile in parte a Torino).

Il principio sarà generalmente visibile nell'America del Nord e del Sud, attraverso l'Oceano Pacifico, e nell'estrema porzione nord-est dell'Asia; la fine sarà generalmente visibile nell'America del Nord, attraverso l'Oceano Pacifico, nell'Asia orientale e nell'Australia.

Fasi dell'Eclisse.

	Tempo medio civile dell'Europa Centrale		
Ingresso nella penombra	7h	53m,	2
Ingresso nell'ombra	9	4	8
Principio dell'eclisse totale	10	38	0
Ingresso nell'ombra	10	46	3
Mezzo dell'eclisse	10	54	6
Uscita dall'ombra	12	28	0
Uscita dalla penombra	13	39	5

Grandezza dell'Eclisse = 1,011 (diametro della Luna = 1,0).

	Immagine diretta
Angolo al polo per l'ingresso nell'ombra	72°
Angolo al polo per l'uscita dall'ombra.	305

Ai tempi delle fasi sopra riportate, la Luna sarà allo zenith dei seguenti luoghi

Long. da Greenwich			Latitudine		
104°	33′	W	23°	6′	B
121	49	W	23	1	B
144	17	W	22	54	B
146	17	W	22	54	B
148	16	W	22	53	B
170	48	W	22	46	B
171	58	E	22	40	B

A Torino la Luna tramonterà alle 8h 41m (tempo medio civile dell'Europa Centrale).

T. Comi.